

ПОВЕРХНОСТНЫЕ И ПОДЗЕМНЫЕ ВОДЫ КРИОЛИТОЗОНЫ

УДК 551.345:551.97(571.55)

**ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ КЛИМАТИЧЕСКИХ ИЗМЕНЕНИЙ  
НА ПОВЕРХНОСТНЫЙ СТОК С ПОМОЩЬЮ МОДЕЛИРОВАНИЯ  
ТЕПЛОВОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МНОГОЛЕТНЕМЕРЗЛЫХ ПОРОД  
И ПОДЗЕМНЫХ ВОД (на примере верхней части водосборного бассейна р. Лены)**

**Н.Н. Романовский, С.Н. Булдович, Г.С. Типенко\*,  
Д.О. Сергеев\*, М.В. Касымская, А.В. Гаврилов**

*Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова,  
геологический ф-т, 119991, Москва, Воробьевы горы, Россия, nromanovsky@rambler.ru*

*\* Институт геоэкологии РАН, 101000, Москва, Уланский пер., 13, стр. 2, а/я 145, Россия, cryo@geoenv.ru*

В настоящее время актуальной является задача исследования динамики речного стока крупных речных бассейнов в криолитозоне в связи с климатическими изменениями. Данное исследование на примере Южной Якутии (бассейн р. Лены) проведено с помощью численной модели, на основе решения двумерной сопряженной фильтрационно-тепловой задачи.

С помощью математического моделирования установлено, что нисходящее движение относительно холодного инфильтрационного потока приводит к понижению температуры пород под тальми водораздельными пространствами по сравнению с породами, температура которых сформировалась в условиях только геотермического потока тепла. В речных долинах водовыводящий конвективный талик под влиянием инфильтрационного потока приобретает термодинамически устойчивую равновесную форму. Результаты моделирования позволили сделать вывод о том, что температурное поле на достаточно больших глубинах и конфигурация мерзлой толщи весьма чувствительны к процессу инфильтрации атмосферных осадков на участках инфильтрационных таликов, расположенных на междуречьях. Результатом смягчения геокриологических условий и сокращения площадей распространения и объема многолетнемерзлых толщ можно считать увеличение площади питания подземных вод и гидравлической емкости трещиноватых горных пород, по которым подземные воды дренируются в поверхностные водотоки.

Предлагаемый подход позволяет уточнить специфические особенности температурных полей в пределах инфильтрационных таликов зоны прерывистого распространения многолетнемерзлых пород, а также объяснить некоторые закономерности изменения водного стока притоков р. Лены.

*Многолетнемерзлые толщи, подземные воды, речной сток, изменение климата, численное моделирование*

**ESTIMATION OF THE INFLUENCE OF CLIMATIC CHANGES ON A SURFACE-WATER DRAIN  
BY SIMULATION OF THERMAL INTERACTION BETWEEN GROUND WATER  
AND PERMAFROST (on the example of the upper Lena River watershed)**

**N.N. Romanovskiy, S.N. Buldovich, G.S. Tipenko\*, D.O. Sergeev\*, M.V. Kasymkaya, A.V. Gavrilov**

*Lomonosov Moscow State University, Faculty of Geology,  
119991, Moscow, Vorobyovy Gory, Russia, nromanovsky@rambler.ru*

*\* Institute of Environmental Geoscience,  
101000, Moscow, Ulansky per., 13, build. 2, P/O box 145, Russia, cryo@geoenv.ru*

Nowadays the research problem of the dynamics of a river run-off of large river basins in permafrost area is actual owing to climatic changes. Study of the influence of change climatic and geocryological conditions on hydrological characteristics of the river basin of permafrost region was carried out for conditions of Southern Yakutia (the Lena River watershed), using two-dimensional conjugated groundwater flow-heat problem.

By means of mathematical simulation it has been determined that permafrost becomes colder under the influence of the descending cold infiltration water in comparison with pure conductive geothermal heat flux case. The convective open talik in the river valley becomes stable. The basic conclusion of the modeling is that even at great depths the temperature fields and the permafrost shape are sensible to the water precipitation infiltration in thawed areas. As a result of permafrost degradation, the areas of groundwater feeding and the reservoir capacity of fissured rock increase and the river discharge changes.

The proposed approach makes it possible to clarify peculiarities of temperature field of convective taliks in the area of discontinuous permafrost and also explains the specific characteristics of water discharge tributaries of the Lena.

*Permafrost, underground water, river run-off, climate change, numerical simulation*

## ВВЕДЕНИЕ

Зависимость характеристик подземного стока в Восточной Сибири как одной из составляющих водного стока с территории от геокриологических условий изучалась ранее многими исследователями [Фотиев, 1965, 1966; Михайлов, 2005]. Эти исследования показали, что в разных частях бассейнов крупных рек реализуются различные механизмы взаимодействия подземных и поверхностных вод, что тесно связано с геокриологическими условиями. Последние испытывают воздействие климатических изменений, влияние которых на водный сток стало в последние годы объектом пристального внимания мировой научной общности [The Hydrologic..., 2000].

Авторы считают важным определение и количественное описание основных механизмов влияния природных процессов на формирование особенностей геокриологических условий и их воздействия на характеристики речного стока. Относительно хорошая гидрогеологическая изученность Южной Якутии предопределила выбор этого района для моделирования. Практическая значимость настоящих исследований обусловлена необходимостью повышения качества прогнозов неблагоприятных гидрологических явлений на сибирских реках и установлением причин увеличения в последние десятилетия зимнего стока в устье р. Лены.

## РЕЛЬЕФ, ГЕОЛОГИЧЕСКИЕ И МЕРЗЛОТНЫЕ УСЛОВИЯ

Участок детальных исследований представляет собой бассейн р. Чульман (притока Алдана) и относится к верхней части бассейна р. Лены (приблизительно 57° с.ш., 125° в.д.). В геологическом отношении этот район принадлежит центральной части мезозойской Чульманской впадины. Он хорошо изучен в геокриологическом и гидрогеологическом отношении и достаточно представительен для Южной Якутии, находящейся в зоне прерывистого распространения толщ многолетнемерзлых пород (ММП) [Фотиев, 1965; Чижов и др., 1975].

Территория представляет собой плоскогорье, расположенное на моноклинально залегающей толще терригенных трещиноватых отложений мезозоя. Преобладающие высоты междуречий составляют 850–950 м, характерные глубины расчленения рельефа порядка 150–250 м, при этом густота расчленения весьма значительная. Междуречья имеют вытянутую форму, обладают прак-

тически плоскими вершинами шириной 2–3 км и относительно крутыми (10–20°) склонами.

Распространение многолетнемерзлых толщ (ММТ) носит прерывистый характер, они существуют исключительно в днищах и на бортах долин. Мощность ММТ варьирует от первых десятков метров до 100–150 м и более при значениях среднегодовой температуры пород ( $T_{cp}$ ) от –0,5 до –2,0 °С, редко до –5,0 °С.

Плоские междуречья являются местами атмосферного питания подземных вод в силу отсутствия под ними ММТ. Здесь наблюдается глубокое (до 4–5 м) сезонное промерзание дренированных грубодисперсных элювиальных отложений при  $T_{cp}$  от +0,5 до +2,0 °С.

## МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЕ И ГИДРОЛОГИЧЕСКИЕ ДАННЫЕ

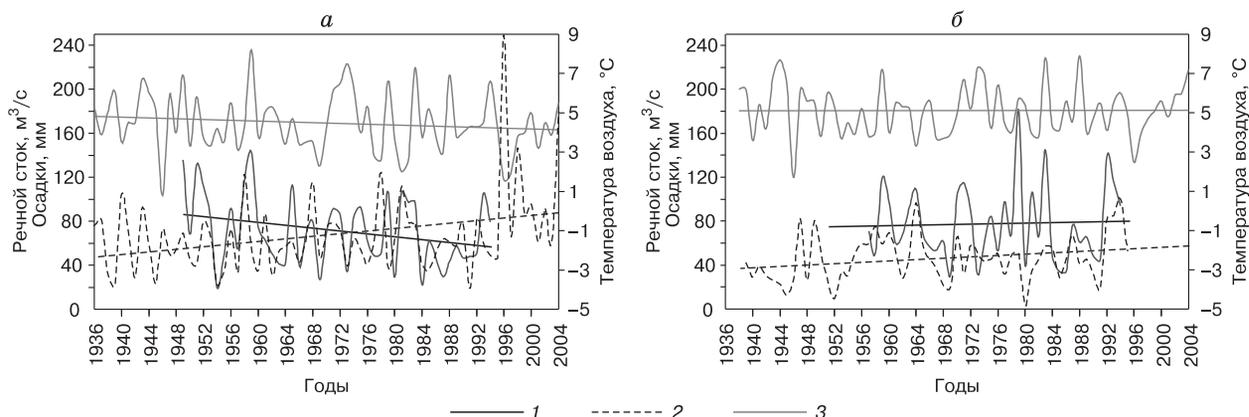
Сравнение хода среднемесячных метеорологических и гидрологических характеристик в верховьях р. Лены показало значительное разнообразие не только их количественных показателей, но и их многолетних тенденций для различных участков бассейна с разными геокриологическими условиями (рис. 1). Рассматриваемый район Чульмана в Южной Якутии характеризуется максимальными для Восточной Сибири темпами потепления климата [Павлов, Малкова, 2005].

Для этой территории характерны:

- инверсионное распределение среднегодовых температур воздуха, определяющих преимущественное распространение ММТ в депрессиях рельефа;
- длительный водно-критический период, когда атмосферные осадки выпадают в виде снега, отсутствует питание подземных вод, а питание водотоков происходит исключительно вследствие их местной разгрузки.

Холодные зимы обуславливают активное образование наледей подземных вод в долинах небольших рек, что уменьшает зимний поверхностный сток и увеличивает летний.

Рассмотрение многолетних тенденций изменения среднемесячных значений климатических и гидрологических характеристик гидропоста Чульман в пос. Чульман за период с 1936 по 2005 г. показало, что режимы атмосферных осадков и речного стока имеют сонаправленное развитие в течение большей части года и разнонаправленное в июне и сентябре–октябре, когда при постепенном росте атмосферных осадков объемы речного стока год от года уменьшаются.



**Рис. 1. Многолетний ход среднемесячных значений метеорологических и гидрологических параметров для сентября:**

*a* – Чульман, островной характер распространения ММТ; *б* – Чара, сплошной характер распространения ММТ; 1 – речной сток, 2 – количество осадков, 3 – температура воздуха.

Сам факт разнонаправленных тенденций свидетельствует о сложности структуры водного баланса территории водосбора р. Чульман, в котором подземная, а для притоков Чульмана и наледная компоненты стока играют существенную роль [Всеволожский, Куринова, 1989].

Этот вывод также подтверждается тем обстоятельством, что в августе становится особенно заметным несовпадение пиков осадков и стока, что может говорить о сезонном возрастании доли грунтового и подземного стока в питании поверхностных вод.

Дополнительно отметим, что такая составляющая водного баланса, как потери влаги на испарение, не демонстрировала явных тенденций изменения за рассматриваемый период наблюдений, показав некоторое снижение к началу 1970-х гг., скомпенсированное в последующий период [Berezovskaya et al., 2005].

#### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Авторы выполнили схематизацию природных условий и разработали мерзлотно-гидрогеологическую математическую модель для оценки влияния климатических изменений на подземный и поверхностный сток в южной (верхней) части водосборного бассейна р. Лены с прерывистым распространением ММТ.

Гидрогеологическая обстановка здесь в значительной мере определяется геокриологическими условиями. Питание подземных вод происходит в летний период через обширные талики под междуречьями за счет инфильтрации всех видов атмосферной влаги (дождевые и талые снеговые воды) и внутригрунтовой конденсации водяных паров.

Междуречные талые массивы, через которые происходит пополнение подземных вод, представ-

ляют собой подземные емкости, способные вместить значительное дополнительное, по сравнению с современным (актуальным), количество воды. В массивах присутствуют зоны аэрации, периодического обводнения и насыщения, размеры которых существенно меняются как в течение года, так и в многолетнем аспекте.

Ранее специальными детальными исследованиями [Булдович, 1979] установлена исключительно важная регулирующая роль слоя сезонного промерзания пород в питании подмерзлотных вод, имеющих сезонный характер.

С началом весеннего снеготаяния и выпадения жидких атмосферных осадков нисходящий инфильтрационный поток движется через мощную зону аэрации (50–150 м и более), причем это движение происходит весьма быстро и сопровождается значительным летним повышением уровней подземных вод (до первых десятков метров) в пределах областей питания водораздельных таликов, где образуются “инфильтрационные бугры”.

Атмосферное питание прекращается с осенним переходом температур воздуха в отрицательную область. С этого момента начинается сработка сформировавшихся “инфильтрационных бугров” вследствие оттока подземных вод к долинам и их разгрузки в днищах последних через сквозные водовыводящие талики.

В области транзитной фильтрации под ММТ на склонах долин зеркало подземных вод в обрамлении водораздельных таликов вначале залегает ниже подошвы ММТ. Однако по мере приближения к долинам эти воды становятся контактирующими и приобретают значительный (десятки метров) напор над криогенной кровлей.

Материалы полевых исследований свидетельствуют о важной роли разрывной тектоники,

формирующей в рассматриваемом районе многочисленные зоны тектонической трещиноватости [Булдович и др., 1976]. По этим зонам, обладающим относительно высокой водопроницаемостью, осуществляется основное движение подземных вод в массиве слабопроницаемых терригенных пород. Современная модель не учитывает этого явления, однако со временем она может быть соответствующим образом доработана.

Анализ имеющихся материалов показывает, что изменения климата могут выражаться в динамике температурных и нетемпературных характеристик, а также влиять на расширение площади водораздельных таликов, изменение сроков формирования и разрушения слоя сезонного промерзания, что в свою очередь влияет на продолжительность инфильтрационного питания.

Наблюдаемая тенденция потепления может повлечь за собой смягчение суровости геокриологических характеристик и, следовательно, увеличение емкости гидрогеологических коллекторов. В этом случае можно ожидать увеличения объемов подземного стока в системе водораздел – долина и соответствующего роста осенне-зимней составляющей речного стока. В этой связи важным является вопрос об инерционности этой системы, т. е. о времени добега волн напоров, формирующейся в теплое время года на площади водоразделов, до области разгрузки в днищах долин.

Изучение влияния изменения климатических и геокриологических условий на гидрологические характеристики речных бассейнов криолитозоны планируется осуществить с помощью специально разработанной численной математической модели, осуществляющей решение двумерной сопряженной фильтрационно-тепловой задачи. Учитывая сложность исследуемых процессов, моделирование необходимо разбить на два основных этапа.

На *первом этапе* осуществляется решение двумерной задачи промерзания с учетом конвективного теплообмена при постоянном, осредненном за год инфильтрационном питании. Цель первого этапа моделирования – исследование равновесной пространственной конфигурации ММТ в условиях движения фильтрационных потоков в зонах аэрации и постоянного водонасыщения.

В рассматриваемых условиях влияние конвективного теплопереноса на конфигурацию ММТ проявляется не только в связи с привнесением дополнительного тепла в расчетную область извне (через верхнюю границу), но и за счет перераспределения по площади фильтрующимся водами глубинного потока тепла из недр. Результаты работ первого этапа моделирования представлены в настоящей статье.

Найденная в процессе исследований первого этапа конфигурация ММТ в расчетной области служит основой для моделирования *второго эта-*

*па* – решения нестационарной двумерной фильтрационной задачи с переменным в течение года инфильтрационным питанием подземных вод. При этом в силу несоизмеримости характерного времени изменения поля фильтрации и конфигурации крупных массивов мерзлых пород последняя считается неизменной во времени. В такой постановке модель позволяет оценить закономерности формирования уровенного режима подземных вод в границах водораздельных таликов, характер передачи волны напоров вдоль по потоку на участке транзитной подмерзлотной фильтрации и динамику расходов воды в областях разгрузки в речных долинах в годовом разрезе.

На *третьем этапе* планируется изучение численными методами закономерностей формирования и разрушения сезонномерзлых пород, а также возможной динамики плановых границ таликов на водоразделах с учетом конвективного теплообмена в условиях изменяющихся климатических характеристик, по которым доступны фактические данные. С динамикой сезонного промерзания тесно связаны длительность периода инфильтрации, характер перераспределения питающих вод по площади водораздельного талика и другие, а от изменения площади таликов (и количества атмосферных осадков) зависит общая величина инфильтрационного питания.

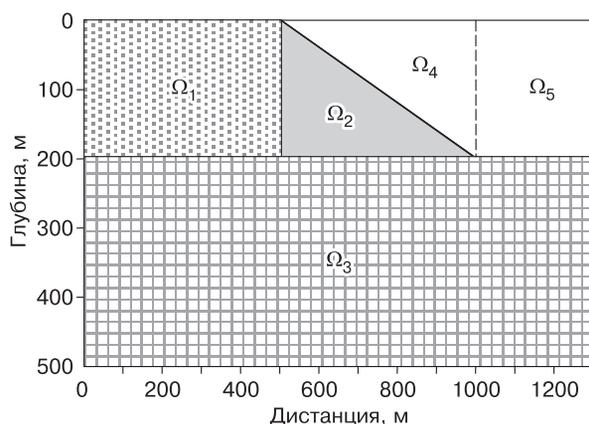
## МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ПРИНЯТЫЕ ДОПУЩЕНИЯ

К настоящему моменту реализован первый этап моделирования, для которого приняты следующие основные упрощения при схематизации природных условий для построения модели.

Учитывая характерную вытянутую форму междуречных массивов, температурное поле и поле фильтрации считаются двумерными. Фильтрационные и теплофизические характеристики горных пород принимаются кусочно-однородными и изотропными, без учета зон повышенной тектонической трещиноватости (таблица).

### Теплофизические и водно-физические свойства горных пород

Свойства пород	Талая область	Мерзлая область
Объемная теплоемкость, Дж/(м <sup>3</sup> ·К)	2 679 680,0	2 260 980,0
Теплопроводность, Вт/(м·К)	2,2	2,32
Пористость	0,02	0
Коэффициент фильтрации, м/с	1,585 49·10 <sup>-8</sup> (для зоны инфильтрации)	1,0·10 <sup>-12</sup>
	1,736 11·10 <sup>-6</sup> (для зоны субгоризонтальной фильтрации)	



**Рис. 2. Геометрическая схема моделирования (поясн. см. в тексте).**

Исходя из симметричности задачи моделируется фрагмент между вертикальными плоскостями симметрии, проходящими по центральной оси водораздела и смежной долины. Конфигурация расчетной области модели соответствует поперечному сечению реального междуречья с характерной для исследуемого района формой.

Расчетная область модели состоит из трех блоков (рис. 2). Ширина плоской поверхности междуречья (блок  $\Omega_1$ ) принята равной 1 км, ширина (заложение) склонов составляет 500 м при глубине вреза долины 200 м (блок  $\Omega_2$ ), ширина дна долины принимается равной 600 м. Нижняя граница расчетной области выбрана на глубине 300 м ниже дна долины, т. е. на 500 м ниже поверхности водораздела (блок  $\Omega_3$ ). Положение нижней водонепроницаемой границы на указанной глубине задано в соответствии с имеющимися натурными данными о мощности зоны активного водообмена в рассматриваемом районе (около 200–300 м).

На первом этапе моделирования приняты также некоторые упрощения реальных закономерностей движения подземных вод. Зона аэрации заменяется зоной полного водонасыщения (блок  $\Omega_1$ ) с некоторой фиктивной проницаемостью пород, обеспечивающей пропуск в течение года всего слоя инфильтрационных вод на площади водораздела. Значения этого фиктивного коэффициента фильтрации при высоких требованиях к точности моделирования должны находиться путем последовательных приближений вариантов численного моделирования до совпадения расхода в любом сечении фильтрационного потока и заданного общего площадного инфильтрационного питания.

В рамках решаемой оценочной задачи для зоны аэрации можно пользоваться приближенным значением коэффициента фильтрации, определяемым из условия пропуска инфильтрационного потока при единичном градиенте, свойственном нисходящей фильтрации, в ненасыщенную породу. В этом случае при норме инфильтрации  $W_{in}$  [м/год] коэффициент фильтрации в зоне аэрации составит  $k_f \cong W_{in} / 365$  м/сут. Такой подход в конкретной фильтрационной схеме дает ошибку в расходах потока менее 10 %.

Блок  $\Omega_2$  предполагается водонепроницаемым, т. е. инфильтрация поверхностного стока атмосферных осадков в верхней талой части борта долины отсутствует. Указанное допущение исключает горизонтальное растекание инфильтрационного потока за границу блока  $\Omega_1$ .

Проводимость фильтрационного потока предварительно вычислялась обратными расчетами по фактической форме уровневой поверхности подземных вод в пределах междуречий при наличии инфильтрационного питания. Получено среднее значение проводимости порядка  $C = 45$  м/сут, что при мощности потока 300 м соответствует коэффициенту фильтрации  $k_f = 0,15$  м/сут. Это значение находится в хорошем согласии с имеющимися оценками средней водопроницаемости массивов терригенных пород.

Боковые границы расчетной области являются теплонепроницаемыми (нулевое граничное условие второго рода), на нижней границе задается глубинный поток тепла с интенсивностью  $q_{dp} = 0,043$  Вт/м<sup>2</sup>. На верхней границе массива задаются граничные условия первого рода без учета сезонных колебаний температур: в пределах плоских водораздельных поверхностей  $T_{cp}$  постоянна и равна +1 °С, в пределах дна долины  $T_{cp}$  составляет –2 °С, а на склонах температура линейно понижается с +1 °С на бровке водораздельной плоскости до –2 °С у подножия склона. Это связано с явлением инверсионного распределения среднегодовых температур воздуха во впадинах Восточной Сибири. Таким образом, отрицательная температура существует лишь в пределах нижней части (2/3) склона по его падению, в то время как в прирусловой части долины температура поверхности близка к 0 °С из-за влияния текущей воды или льда сезонной наледи.

В гидродинамическом отношении поверхность склона, нижняя и боковые границы расчетной области являются водонепроницаемыми. На поверхности междуречья и в дна долины заданы граничные условия первого рода – напоры, соответствующие высотному положению указанных поверхностей. Внутри расчетной области водонепроницаемыми являются массивы ММТ.

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА  
ЗАДАЧИ ДЛЯ ФИЛЬТРАЦИОННО-ТЕПЛООВОГО  
ПОЛЯ И ЧИСЛЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МОДЕЛИ**

Рассматривается задача нестационарного теплопереноса в фильтрующем массиве с непроницаемыми границами при заданных температуре пород и величине инфильтрации на поверхности. Сопряженная фильтрационно-тепловая задача с учетом фазовых превращений в диапазоне температур описывается системой нелинейных уравнений для температуры  $T$  и гидравлического напора  $H$ , связанного с давлением соотношением

$$H(x, y) = \frac{P}{\rho g} + y,$$

где  $P$  – давление;  $\rho$  – плотность воды;  $g$  – ускорение свободного падения.

Закон сохранения энергии в энтальпийной формулировке приводит к уравнению

$$\frac{\partial E(x, y, T)}{\partial \tau} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda_x(x, y, T) \frac{\partial T}{\partial x} - c_w T \mathbf{V}_x \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda_y(x, y, T) \frac{\partial T}{\partial y} - c_w T \mathbf{V}_y \right), \quad (x, y) \in \Omega_r, \quad (1)$$

где энтальпия  $E(x, y, T)$  задается формулой

$$E(E, y, T) = \int_0^T c(x, y, s) ds + L_{ice} \Theta_u(T), \quad (2)$$

через  $c(x, y, T)$ ,  $c_w$  обозначены объемные теплоемкости породы и воды;  $\Theta_u(t)$  – содержание незамерзшей воды;  $\lambda_x(x, y, T)$ ,  $\lambda_y(x, y, T)$  – коэффициенты теплопроводности с учетом анизотропии пород по горизонтали и вертикали соответственно;  $\mathbf{V}(x, y) = -k_f \nabla H(x, y)$  – скорость фильтрации;  $k_f(x, y, T, H)$  – коэффициент фильтрации;  $\tau$  – время. Слагаемое  $L_{ice} \Theta_u(T)$  в правой части уравнения (2) описывает количество тепла, выделяемое или поглощаемое средой при изменении ее фазового состояния. Здесь  $L_{ice}$  – скрытая теплота плавления льда;  $\Theta_u$  – объемное содержание жидкости в породе.

Предполагая жидкость несжимаемой, из уравнения неразрывности с учетом закона Дарси получаем второе уравнение рассматриваемой системы:

$$\nabla \cdot (k_f(x, y, T, H) \nabla H) = 0, \quad (x, y) \in \Omega_r. \quad (3)$$

Отметим, что для физической модели задача рассматривается в геометрической области  $\Omega$ , состоящей из блоков  $\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3$ . На поверхности склона (гипотенуза треугольника  $\Omega_2$ ) задается температура и условие непроницаемости по напору. Для численного решения задачи область  $\Omega$  дополняется блоками  $\Omega_4, \Omega_5$  до прямоугольника  $\Omega_r$  – вычислительной области. Используя метод фиктивных областей, коэффициент фильтрации зададим в вычислительной области формулой

$$k_f(x, y, T, H) =$$

$$= \begin{cases} k_0(x, y), & (T > T_*) \wedge (x, y) \in (\Omega_1 \cup \Omega_3), \\ k_{-\varepsilon}, & (T \leq T_*) \vee (x, y) \in (\Omega_2 \cup \Omega_4), \\ k_{+\varepsilon}, & (x, y) \in \Omega_5, \end{cases} \quad (4)$$

где  $T_*$  – температура начала фазовых превращений воды;  $k_0$  – исходный коэффициент фильтрации породы;  $k_{\pm\varepsilon}$  – эффективный коэффициент фильтрации,  $k_{\pm\varepsilon} = k_0 \cdot 10^{\pm n}$  ( $n$  – достаточно большое положительное число). Таким образом, значение напора, заданное на верхней границе блока  $\Omega_5$  проектируется на его нижнюю границу, т. е. поверхность в долине реки. Области  $\Omega_2, \Omega_4$  являются слабопроницаемыми, что позволяет реализовать условие отсутствия высачивания на склоне.

Аналогично мы поступаем с продолжением температурного поля в фиктивную область, для чего коэффициенты теплопроводности определим соотношениями

$$\lambda_x(x, y, T) = \begin{cases} \lambda(x, y, T), & (x, y) \in \Omega, \\ \lambda_{-\varepsilon}, & (x, y) \in \Omega_4 \cup \Omega_5, \end{cases} \quad (5)$$

$$\lambda_y(x, y, T) = \begin{cases} \lambda(x, y, T), & (x, y) \in \Omega, \\ \lambda_{+\varepsilon}, & (x, y) \in \Omega_4 \cup \Omega_5, \end{cases}$$

где  $\lambda_{\pm\varepsilon}$  – эффективный коэффициент теплопроводности,  $\lambda_{\pm\varepsilon} = 10^{\pm n}$  ( $n$  – достаточно большое положительное число). Такой выбор эффективных коэффициентов теплопроводности позволяет спроектировать температуру, заданную на верхней границе прямоугольника, на поверхность склона и долину реки.

Используя вариационную формулировку задачи со свободными границами (1)–(5), можно показать, что при условиях  $k_{-\varepsilon} \rightarrow 0$ ,  $k_{+\varepsilon} \rightarrow \infty$  решение квазилинейного уравнения (3) с надлежащим образом выбранными краевыми условиями будет стремиться к решению исходной задачи в физической области. Отметим, что непроницаемость мерзлых грунтов также реализована в модели очень малым коэффициентом фильтрации.

Таким образом, мы получаем численный метод решения задачи фильтрации в области со сложными подвижными границами в виде решения для области с простой геометрией, но коэффициентом фильтрации, зависящим от температуры.

Уравнения (1)–(3) дополняются граничными и начальными условиями. Поверхности земли соответствует верхняя граница области  $\Omega_r$ , на которой предполагаются заданными температура и напор (условия Дирихле):

$$T(x, 0, \tau) = T_s(x, \tau), \quad H(x, 0) = h_s(x). \quad (6)$$

На остальных границах, с учетом симметрии задачи, задаются условия Неймана:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T(0, y, \tau)}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial H(0, y, \tau)}{\partial x} &= 0, \quad y \in [0, L]; \end{aligned} \quad (7)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T(\ell, y, \tau)}{\partial x} &= 0, \\ \frac{\partial H(\ell, y, \tau)}{\partial x} &= 0, \quad y \in [0, L]; \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial T(x, L, \tau)}{\partial y} &= \Gamma, \\ \frac{\partial H(x, L, \tau)}{\partial y} &= 0, \quad x \in (0, \ell), \end{aligned} \quad (9)$$

где  $\ell, L$  – ширина и высота прямоугольника  $\Omega$ , соответственно;  $\Gamma$  – геотермический градиент.

Отметим, что значение напора  $h_s(x)$  на верхней границе (уравнение (6)) может быть задано на основе физической модели только на верхней границе блоков  $\Omega_1, \Omega_5$ . Для удобства численного расчета значение напора на верхней границе блока  $\Omega_4$  задается как линейная интерполяция между значениями напора слева и справа. С физической точки зрения более естественным было бы задание на верхней границе блока  $\Omega_4$  условия непротекания. Но тогда мы имеем краевые условия различного типа (первого и второго рода на гладкой границе), и, как показывают аналитические примеры, решение может терять гладкость в точке смены типа граничного условия.

Краевая задача для параболического уравнения (1) требует задания начального распределения температур по глубине  $T_0(y)$ , которое предполагается однородным по оси  $x$ .

При построении разностной модели для системы уравнений (1)–(9) на каждом временном шаге сначала решается краевая задача для напора, где температурное поле берется с предыдущего временного слоя. После определения поля напоров отыскивается температурное поле как решение уравнения конвекции–диффузии, в котором градиент напора строится по найденному решению эллиптической задачи (3).

Возможность такого расщепления сопряженной системы определяется тем, что изменение коэффициента фильтрации в мерзлой зоне связано с динамикой температурного поля в узкой полосе, соответствующей диапазону выделения скрытой теплоты фазовых переходов. Скорость смещения этой полосы на порядок меньше, чем характерная скорость изменения температурного поля вне зоны фазовых переходов.

Разностная схема для определения поля напоров записывается в виде

$$\begin{aligned} &\left( \frac{2}{\Delta h_{i+1,x} + \Delta h_{i,x}} \right) \times \\ &\times \left[ (k_f^n)_{i+1/2,j} \frac{(H_{i+1,j}^n - H_{i,j}^n)}{\Delta h_{i+1,x}} - (k_f^n)_{i-1/2,j} \frac{(H_{i,j}^n - H_{i-1,j}^n)}{\Delta h_{i,x}} \right] + \\ &+ \left( \frac{2}{\Delta h_{j+1,y} + \Delta h_{j,y}} \right) \times \\ &\times \left[ (k_f^n)_{i,j+1/2} \frac{(H_{i,j+1}^n - H_{i,j}^n)}{\Delta h_{j+1,y}} - (k_f^n)_{i,j-1/2} \frac{(H_{i,j}^n - H_{i,j-1}^n)}{\Delta h_{j,y}} \right] = 0. \end{aligned} \quad (10)$$

В качестве разностной схемы для решения уравнения конвекции–диффузии используются локально одномерные схемы на неравномерных пространственных сетках [Самарский, 1977]. Вычисления осуществляются в два этапа. На каждом этапе решается уравнение конвекции–диффузии по одному из пространственных направлений с помощью неявной разностной схемы:

$$\begin{aligned} &\frac{E(t_{i,j}^{n+1/2}) - E(t_{i,j}^n)}{\Delta \tau_n} = \\ &= \left( \frac{2k_{i+1/2,j}^{n+1/2}}{\Delta h_{i+1,x} + \Delta h_{i,x}} + c_w (V_x^+)_{i,j}^n \right) \frac{t_{i+1,j}^{n+1/2} - t_{i,j}^{n+1/2}}{\Delta h_{i+1,x}} - \\ &- \left( \frac{2k_{i-1/2,j}^{n+1/2}}{\Delta h_{i+1,x} + \Delta h_{i,x}} - c_w (V_x^-)_{i,j}^n \right) \times \\ &\times \frac{t_{i,j}^{n+1/2} - t_{i-1,j}^{n+1/2}}{\Delta h_{i,x}}; \quad (11) \\ &\frac{E(t_{i,j}^{n+1}) - E(t_{i,j}^{n+1/2})}{\Delta \tau_n} = \\ &= \left( \frac{2k_{i,j+1/2}^{n+1}}{\Delta h_{j+1,y} + \Delta h_{j,y}} + c_w (V_y^+)_{i,j}^n \right) \frac{t_{i,j+1}^{n+1} - t_{i,j}^{n+1}}{\Delta h_{j+1,y}} - \\ &- \left( \frac{2k_{i,j-1/2}^{n+1}}{\Delta h_{j+1,y} + \Delta h_{j,y}} - c_w (V_y^-)_{i,j}^n \right) \frac{t_{i,j}^{n+1} - t_{i,j-1}^{n+1}}{\Delta h_{j,y}}, \quad (12) \end{aligned}$$

где  $\Delta h_{i,x}, \Delta h_{j,y}$  – шаги пространственной сетки.

Аппроксимация конвективных слагаемых осуществляется схемами с односторонними раз-

ностями [Самарский, Вабищевич, 1999], которые позволяют строить монотонные разностные схемы и обеспечивают преобладание диагональных элементов, необходимое для использования метода прогонки. Через  $V^+$ ,  $V^-$  обозначены положительные и отрицательные составляющие функции  $V$ :  $V^+ = (V + |V|)/2$ ,  $V^- = (V - |V|)/2$ .

Полученная система уравнений нелинейная, и для ее решения применяются итерационные методы. Ниже подробно рассмотрено решение первого из уравнений (13), второе решалось аналогично.

Воспользовавшись разложением энтальпии в ряд по переменной  $t$  и обозначая временно  $t_{i,j}^{n+1/2}$  через  $u_{i,j}^{(s)}$ , где  $(s)$  – номер итерации, имеем итерационный процесс:

$$\frac{\partial E(u_{i,j}^{(s)})}{\partial t} \frac{u_{i,j}^{(s+1)} - t_{i,j}^n}{\Delta \tau_n} = \left( \frac{2k_{i+1/2,j}^{n+1/2}(u_{i,j}^{(s)})}{\Delta h_{i+1,x} + \Delta h_{i,x}} + c_w (V_x^+)^n_{i,j} \right) \frac{u_{i+1,j}^{(s+1)} - u_{i,j}^{(s+1)}}{\Delta h_{i+1,x}} - \left( \frac{2k_{i-1/2,j}^{n+1/2}(u_{i,j}^{(s)})}{\Delta h_{i+1,x} + \Delta h_{i,x}} - c_w (V_x^-)^n_{i,j} \right) \frac{u_{i,j}^{(s+1)} - u_{i-1,j}^{(s+1)}}{\Delta h_{i,x}}. \quad (13)$$

В качестве начального шага итерации выбирается решение из предыдущего слоя  $u_{i,j}^{(0)} = t_{i,j}^n$ , а для решения линейной системы (13) с трехдиагональной матрицей используется экономичный метод прогонки [Самарский, 1977]. Итерации прекращаются, когда равномерная норма разности соседних итераций становится меньше заданного параметра  $\varepsilon = 0,001$ . Эффективность метода сквозного счета была продемонстрирована на примере задачи Стефана [Самарский, Моисеенко, 1965], однако существенным является метод вычисления эффективной теплоемкости  $\frac{\partial E}{\partial T}$ .

Для эффективного решения разностных уравнений с особенностями типа дельта-функции мы применяем нелокальный метод вычисления производной энтальпии по температуре в соседних узлах. В случае наличия градиента температуры производная энтальпии вычислялась по разностным формулам

$$\frac{\partial E(u_{i,j})}{\partial T} = \frac{1}{2} \left[ \frac{E(u_{i,j}) - E(u_{i-1,j})}{u_{i,j} - u_{i-1,j}} + \frac{E(u_{i+1,j}) - E(u_{i,j})}{u_{i+1,j} - u_{i,j}} \right] \quad (14)$$

и по аналитическим формулам, если температуры в соседних узлах отличались менее чем на  $10^{-8} \text{ } ^\circ\text{C}$ .

### РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ И ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

Для оценки влияния инфильтрации и конвективного переноса тепла в талой зоне на первом шаге исследований был выполнен расчет кондуктивной задачи теплообмена. Реки, а значит, и подруслового талика в долине в этом случае нет. Максимальная мощность мерзлоты в установившемся режиме наблюдается в середине долины и составляет 93 м.

На втором шаге была повышена температура дневной поверхности в долине реки (до значения  $+2 \text{ } ^\circ\text{C}$  в полосе шириной 100 м от середины долины) на некоторое время, достаточное для формирования сквозного талика и создания потенциальных условий существования зоны разгрузки подземных вод в днище долины, как это наблюдается в реальных условиях.

На третьем шаге моделирования решалась сопряженная фильтрационно-тепловая задача, где температура в зоне русла реки составляла  $0 \text{ } ^\circ\text{C}$ . Вычисления производились для временного интервала 10 тыс. лет до достижения нового равновесного состояния температурного поля (рис. 3) и формирования поля напоров (рис. 4), соответствующих “новой” конфигурации мерзлоты.

Из результатов математического моделирования следует ряд важных выводов. Так, в условиях нисходящего движения относительно холодного инфильтрационного потока навстречу восходящему глубинному потоку тепла из недр происходит существенное охлаждение пород под тальми водораздельными пространствами. Новым важным фактом, установленным в результате мо-

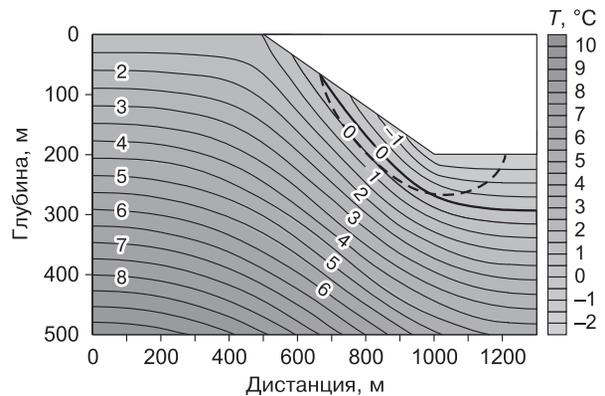


Рис. 3. Изменение конфигурации мерзлоты под влиянием фильтрации:

сплошные линии – изотермы ( $T, \text{ } ^\circ\text{C}$ ) в условиях без фильтрации, штриховая – положение нулевой изотермы в условиях конвективного переноса тепла.

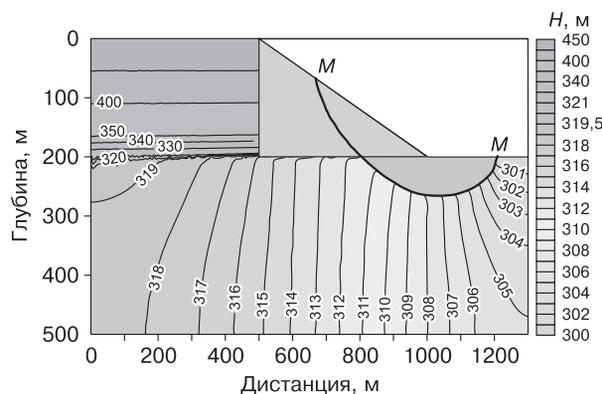


Рис. 4. Поле гидравлического напора ( $H$ , м) и положение нулевой изотермы (линия  $M-M$ ).

делирования, является то, что глубина указанного охлаждения не ограничивается зоной аэрации, а прослеживается и в зоне постоянного водонасыщения (на 100–200 м ниже зеркала фильтрационного потока). Это следствие значительной вертикальной составляющей фильтрации в области деформации потока на границах модельных блоков  $\Omega_1$  и  $\Omega_3$  (см. рис. 2), где происходит смена направления фильтрации с вертикальной на субгоризонтальную. В результате в пределах всей зоны аэрации формируется практически безградиентное температурное поле.

Дальнейшее движение подземных вод из охлажденных водораздельных массивов в направлении долин также сопровождается уменьшающимся понижением температур пород в обрамлении водораздельных таликов. Важное следствие указанных выше изменений температурного поля – увеличение мощности и изменение пространственной конфигурации ММТ на склонах водоразделов (см. рис. 3).

В речных долинах водовыводящий конвективный талик в ходе реализации фильтрационно-тепловой модели приобретает термодинамически устойчивую равновесную форму. Температуры пород в зоне влияния талика существенно повышаются (в сравнении с таковыми в случае отсутствия разгрузки подземных вод), а мощности ММТ резко уменьшаются, вплоть до полного исчезновения (см. рис. 3, 4). Указанные изменения геокриологической обстановки происходят не только вследствие предшествующего нагрева фильтрационного потока за счет геотермического тепла, но и в результате смены направления фильтрации на восходящее, что способствует увеличению интенсивности глубинного потока тепла за счет конвективного переноса.

Влияние фильтрации подземных вод на температурное поле горных пород для большей наглядности было оценено путем построения поля

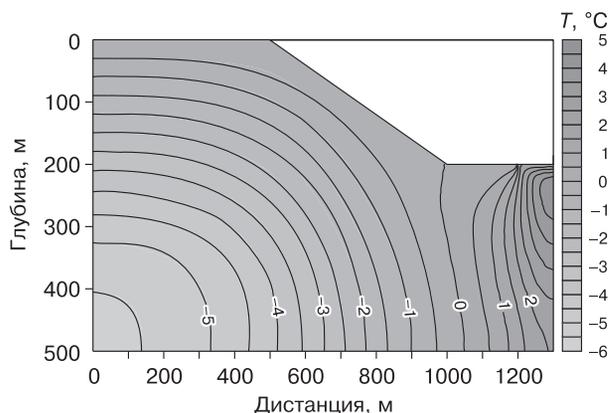


Рис. 5. Влияние фильтрации на температурное поле ( $T$ , °C); разница значений температурных полей, полученных в результате решения “конвективной” и “кондуктивной” задач.

разности расчетных температур, соответствующих “конвективной” и “кондуктивной” задачам (рис. 5). Отметим существенное понижение температур горных пород в зоне нисходящей фильтрации и вертикально направленного теплового потока из недр земли (левая часть рис. 5) и повышение температур в зоне разгрузки подземных вод в днище долины (правая часть рис. 5). Граница раздела (линия нулевого влияния) между зонами разнонаправленного влияния фильтрации на температурное поле находится в районе нижней границы склона.

Сравнивая поле напоров в разных вариантах моделирования данной задачи, нужно отметить, что не только фильтрация оказывает воздействие на температурное поле и конфигурацию многолетнемерзлых пород, но и конфигурация мерзлоты заметно влияет на поле напоров фильтрационного потока. Так, в вариантах с наличием в расчетной области ММП напоры в области сочленения зон аэрации и полного водонасыщения (на глубине 200 м) на несколько метров выше, чем в случае полного отсутствия мерзлоты. Это связано с возрастанием гидравлического сопротивления фильтрационного потока при сокращении его мощности в области транзита и при сужении зоны разгрузки в результате возникновения криогенного водупора. Таким образом, при анализе сопряженных фильтрационно-тепловых задач следует говорить о взаимном влиянии температурных и фильтрационных полей.

Результаты моделирования позволяют сделать основной вывод о том, что инфильтрация атмосферных осадков на участках без ММТ оказывает существенное влияние на температурное поле и конфигурацию мерзлоты для достаточно больших глубин. Как результат смягчения гео-

криологических условий (сокращение массивов многолетнемерзлых пород) можно прогнозировать увеличение площади питания подземных вод, а также гидравлической емкости трещиноватых горных пород, по которым подземные воды дренируются в поверхностные водотоки.

На наш взгляд, предлагаемый подход может играть ключевую роль для объяснения связи между динамикой атмосферных осадков и речного стока в условиях несовпадения тенденций их многолетнего изменения.

Работа выполнена при поддержке гранта NASA “Текущие климатические изменения в Восточной Сибири и их воздействие на мерзлотные ландшафты, динамику экосистем и гидрологический режим” (2006) и РФФИ (гранты № 06-05-64959а, 05-05-64390а, 05-05-64215а).

### Литература

**Булдович С.Н.** О роли слоя сезонного промерзания пород в формировании гидрогеологических условий Чульманской впадины // Вестн. Моск. ун-та. Сер. 4. Геология, 1979, № 5, с. 60–67.

**Булдович С.Н., Мелентьев В.С., Наумов М.С., Фурикевич О.С.** Роль новейших разрывных нарушений в формировании мерзлотно-гидрогеологических условий (на примере Нерюнгринской синклинали Южно-Якутского мезозойского прогиба) // Мерзлотные исследования. М., Изд-во Моск. ун-та, 1976, вып. XV, с. 120–125.

**Всеволожский В., Куринова Т.** Водный баланс зоны интенсивного водообмена в районах с южным типом крио-

литозоны // Геокриологические и гидрогеологические исследования зоны свободного водообмена. М., Наука, 1989, с. 13–23.

**Михайлов В.М.** Пойменные талики Северо-Востока России: Автореф. дис. ... д-ра геогр. наук. Якутск, 2005, 42 с.

**Самарский А.А.** Теория разностных схем. М., Наука, 1977, 656 с.

**Самарский А.А., Вабищевич П.Н.** Численные методы решения задач конвекции–диффузии. М., Едиториал УРСС, 1999, 248 с.

**Самарский А.А., Моисеенко Б.Д.** Экономичные схемы сквозного счета в многомерной задаче Стефана // Журн. вычисл. математики и мат. физики, 1965, № 5, с. 816–827.

**Павлов А.В., Малкова Г.В.** Современные изменения климата на Севере России. Альбом мелкомасштабных карт. Новосибирск, Академ. изд-во “Гео”, 2005, 54 с.

**Фотиев С.М.** Подземные воды и мерзлые породы Южно-Якутского угленосного бассейна. М., Наука, 1965, 231 с.

**Фотиев С.М.** Проблема взаимодействия подземных вод и мерзлых толщ в различных типах гидрогеологических структур на территории СССР // Материалы VIII Всесоюз. междувед. совещания по геокриологии. Якутск, Кн. изд-во, 1966, вып. 2, с. 38–48.

**Чижов А.Б., Булдович С.Н., Чижова Н.И.** Гидрогеологические условия Чульманской впадины // Южная Якутия. М., Изд-во Моск. ун-та, 1975, с. 291–311.

**Berezovskaya S., Yang D., Hinzman L.** Long-term annual water balance analysis of the Lena River // Global and Planet. Change, 2005, vol. 48, p. 84–95.

**The Hydrologic cycle and its role in Arctic and Global environmental change. A rationale and strategy for synthesis study // Rep. Sci. Community to the Nation. Sci. Foundation Arctic System Sci. Program, 2000: NSF-ARCSS Hydrology Workshop, Santa Barbara, CA, Sept. 2000, 84 p.**

*Поступила в редакцию  
18 марта 2008 г.*