

ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА МЕРЗЛЫХ ГРУНТОВ

УДК 551.328/345

ПРОСТЕЙШИЕ ФИЗИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ КРИОГЕННЫХ ЯВЛЕНИЙ

Я. Б. Горелик, В. С. Колунин, А. К. Решетников

Институт криосферы Земли СО РАН, 625000, Тюмень, а/я 1230, Россия

Проанализированы эксперименты, изучающие элементарные физические явления, лежащие в основе природных криогенных процессов и их математических моделей. На основе пленочной теории рассмотрен стационарный рост льда на поверхности пористого тела. Возможны два режима стационарного роста: с проникновением льда в поры фильтра и без проникновения. При реализации первого режима потоки массы падают с уменьшением температуры окружающей среды. Во втором режиме характер этой зависимости — обратный.

Предложено объяснение слабого роста потоков при малых градиентах давления в опыте с ледяным сэндвичем [Horiguchi et al., 1983]. Этот эффект может быть следствием следующих факторов: наличие незамерзшей воды внутри ледяного тела, прогиб мембраны под действием давления в воде, формирование воздушных пузырьков при кристаллизации воды, начальный градиент температуры. Подробно проанализирован каждый фактор.

Ледяной сэндвич принят в качестве элементарной ячейки в простейшей консолидационной модели мерзлого грунта. Исследована реакция такой системы на изменение тепловых и механических воздействий.

Пористая среда, промерзание, незамерзшая вода, льдообразование, влагоперенос

SIMPLEST PHYSICAL MODELS OF CRYOGENIC PHENOMENA

Ya. B. Gorelik, V. S. Kolunin, A. K. Reshetnikov

Earth Cryosphere Institute SB RAS, 625000 Tyumen, 1230, Russia

The theoretical analysis is performed for experiments, studying elementary physical phenomena, which form natural cryogenic processes and their mathematical models. The interface force theory was accepted as the basis for consideration of stationary ice growing on the surface of porous body. Stationary ice growth may be realised by one of the two regimes: with or without penetration of ice into filter pores. In the first regime the water flux and the rate of ice growth decrease with the fall of environment temperature. In other regime this dependence is reverse.

The explanation is offered for weak reaction effect of mass flux at low pressure gradients in an ice sandwich experiment [Horiguchi et al., 1983]. This effect may be caused by several factors: unfrozen water content in ice layer, bend of membrane filter under water pressure, formation of air bubbles during water crystallization, and initial temperature gradient. Detailed analysis is made for each factor.

Theoretical results of ice sandwich system are used for the simplest model of frozen soil which includes ice lenses. The behaviour of this model soil is explored under thermal and mechanical actions.

Porous media, freezing, unfrozen water, ice formation, moisture transfer

Современные математические модели процессов тепломассопереноса, пучения и текстуробразования в промерзающих грунтах включают несколько самостоятельных элементов, которые могут быть экспериментально проверены каждый в отдельности в лабораторных условиях. Такие модельные эксперименты проводились различными авторами, однако, сопоставление их ре-

зультатов и соответствующий анализ отсутствуют в литературе. Вместе с тем эти результаты обнаруживают ряд противоречий, которым должно быть дано объяснение. Их разрешение, кроме того, усиливает прогностические качества математических моделей.

Остановимся прежде всего на экспериментах по выращиванию льда над капиллярами или

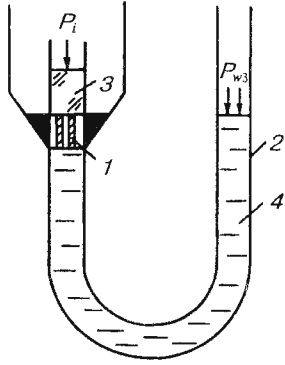


Рис. 1. Схема экспериментальной установки.
1 — фильтр, 2 — стеклянная трубка, 3 — лед, 4 — вода.

жесткими фильтрами в стационарных условиях. Схема такого опыта показана на рис. 1 и включает какой-либо вариант пористого тела, сообщаемого с резервуаром, наполненным водой. По одну или обеим сторонам фильтра поддерживается постоянная температура ниже 0°C. На верхнюю поверхность фильтра, где отсутствует непосредственный контакт с жидкостью, вносится заправка льда, которая инициирует процесс его стационарного роста, сопровождающийся подтягиванием воды к фронту кристаллизации. В опыте измеряется скорость роста льда в зависимости от температуры среды и давлений в фазах воды. Модификации схемы (рис. 1) использованы различными авторами [Vignes et al., 1974; Biermans et al., 1978; Бровка и др., 1990]. Причем в первых двух работах получены возрастающие скорости роста льда при понижении отрицательной температуры, а в последней эта скорость падает. Для объяснения такого противоречия рассмотрим систему уравнений, описывающую данный процесс в одномерном случае (рис. 2). Для сопоставления с общими теоретическими моделями запишем ее в форме, учитывающей динамику глубины проникновения льда в поры фильтра от времени [Горелик и др., 1996]:

$$j_f = \frac{c_f}{a} (P_{w2} - P_{w1}), \quad (1)$$

$$j_u = \frac{c_u}{b} (P_{w3} - P_{w2}), \quad (2)$$

$$j_f = (1 - n) \frac{\rho_i}{\rho_w} \xi_1', \quad (3)$$

$$n(1 - n) \frac{\Delta \rho_{wi}}{\rho_w} a' = (1 - n) j_u - j_f, \quad (4)$$

$$a' = (\xi_2' - \xi_1'), \quad (5)$$

$$P_i / \rho_i - P_w / \rho_w = -kt_i / T_0, \quad (6)$$

$$\alpha_0 (t_1 - t_0) - \frac{\lambda_f}{a} (t_2 - t_1) = \chi \rho_i (1 - n) \xi_1', \quad (7)$$

$$\frac{\lambda_f}{a} (t_2 - t_1) - \alpha_3 (t_3 - t_2) = \chi \rho_i n \xi_2'. \quad (8)$$

Здесь t — температура в °C; P_w, P_i — избыточные над атмосферным давление в жидкой фазе и напряжение во льду, равное величине внешней нагрузки; j — плотность потока влаги; ξ' — скорость движения фазовой границы относительно льда; λ, α — коэффициенты теплопроводности и теплоотдачи; c — коэффициент гидропроводности; n — пористость; ρ_w, ρ_i — плотность воды и льда; $\Delta \rho_{wi} = \rho_w - \rho_i$; χ — теплота фазового перехода воды в лед. Индексы у величин относятся: 0 — к внешней границе кассеты с холодного торца; 1 — к нижней границе растущего льда на контакте с фильтром (фронт льдовыведения); 2 — к нижней границе проникновения льда в поры (нижняя граница зоны промерзания); 3 — к нижней границе кассеты; f — ко всей ее льдосодержащей части; u — к талой зоне фильтра. Температуры t_0, t_2, t_3 предполагаются заданными. При решении задачи, наряду с прочим, подлежат определению величины t_1 и a в каждый момент времени. Смысл отдельных соотношений расшифрован в указанной выше работе.

В такой редакции система (1)–(8) описывает процессы тепломассопереноса в промерзающем пористом теле в квазистационарной постановке в рамках модели „жесткого льда“ [Miller, 1978; Gilpin, 1980; O'Neill et al., 1985]. Приведенные уравнения, вообще говоря, должны быть дополнены соотношениями для определения внутривязных напряжений и условиями начала образования и окончания роста нового шпиря. Однако в обсуждаемых экспериментах пористые тела имеют жесткий скелет, что исключает его разрывы в процессе роста льда. Поэтому выше-

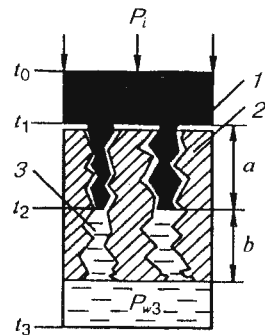


Рис. 2. Схема проникновения льда в поры.
1 — лед, 2 — тело фильтра, 3 — вода.

упомянутые уравнения оказываются излишними и не приведены здесь.

Важный вопрос при решении системы (1) — (8) — это способ определения гидропроводности промерзающей зоны c_f . В модели жесткого льда этот коэффициент должен быть определен экспериментально через общее количество незамерзшей воды, которое, в свою очередь, зависит от температуры в каждой точке образца. При этом конкретный физический механизм, вызывающий движение влаги к фронту льдовыделения, ускользает из рассмотрения. Действительно, единственным соотношением, отражающим местоположение точки наименьшего давления жидкости вдоль фильтра, является уравнение термодинамического равновесия воды и льда на фронте кристаллизации (6), которое учитывает только факт наличия перепада давлений в фазах. Однако этот перепад может быть обусловлен различными факторами, действующими независимо. К таковым могут быть отнесены: силовое взаимодействие жидкой фазы воды с твердыми поверхностями; капиллярные эффекты; содержание солей и иных примесей в поровом растворе и т. д. Вместе с тем простота обсуждаемых физических моделей может внести определенную ясность в этот вопрос. Прежде всего исключается возможность засоления влаги, поскольку в экспериментах использовалась дистиллированная вода и фильтры из химически неактивного материала (кварц, стекло). Во-вторых, каждый из тестируемых факторов может быть описан своим уравнением, устанавливающим характер силового взаимодействия фаз воды, и на основании которого может быть теоретически определено количество незамерзшей воды и гидропроводность зоны промерзания образца. Этот путь реализуется ниже для объяснения данных экспериментов только с учетом силового взаимодействия пленочной влаги с твердыми поверхностями. Эффекты, связанные с капиллярными силами и иными факторами, здесь не рассматриваются.

Для определения гидропроводности c_f в дополнение к (6) запишем условие механического равновесия воды и льда вблизи поверхности минерала:

$$P_i = P_w + \Pi(h). \quad (9)$$

Здесь $\Pi(h)$ — функция силового взаимодействия (расклинивающее давление) твердых поверхностей через прослойку воды толщиной h [Дерягин и др., 1985], явный вид которой должен быть задан. Хотя поведение этой функции зависит от многих факторов, однако, ее характерные особенности установлены достаточно надежно. Для контакта лед—пленка—стекло определяющими являются силы отталкивания, которые монотон-

но убывают с увеличением толщины прослойки. Мы выбираем ее в следующем виде:

$$\Pi(h) = A/h^2, \quad (10)$$

где константа $A = 4,4 \cdot 10^{-12}$ Н. Форма записи (10) достаточно хорошо согласуется с толщинами пленок незамерзшей воды на твердых поверхностях и, кроме того, соответствует аналогичным представлениям других авторов [Gilpin, 1979; 1980].

Совместное рассмотрение уравнений (6) и (9), впервые приведенное С.Е. Гречищевым [Гречищев, 1979], является основой предлагаемого подхода. Исключая из этой пары P_i , получим важное следствие — выражение, определяющее толщину жидкого прослоя (а через нее и количество незамерзшей пленочной влаги) не только как функцию температуры, но и давления в жидкой фазе:

$$A/h^2 = -\chi \rho_i t / T_0 - \Delta \rho_w P_w / \rho_w. \quad (11)$$

Аналогичную зависимость от P_i можно получить, исключая из этих уравнений величину P_w . Зависимость величины h от давления в фазах является важной при описании явления режеляции. В процессах миграции эта добавка является незначительной и ею можно пренебречь. Определенная таким образом толщина прослойки в совокупности с конкретной схемой потока жидкости позволяет получить гидропроводность промерзающей зоны c_f расчетным путем [Горелик и др., 1993]. Этот параметр имеет две составляющие, обусловленные вязкими свойствами пленок незамерзшей воды на внешней поверхности фильтра и в зоне проникновения льда в капилляры.

Остановимся теперь на результатах эксперимента, где в качестве пористого тела применялся стеклянный фильтр [Biermans et al., 1978]. Вся система термостатировалась в диапазоне отрицательных температур $-0,02$ — $-0,05^\circ\text{C}$. Таким образом, теплоотвод от фронта льдовыделения осуществляется одновременно с обеих его сторон. Давление в резервуаре с водой понижалось примерно на 0,7 атм по сравнению с давлением на лед, которое поддерживалось постоянным и равным атмосферному ($P_i = 0$). Результаты измерения плотности потока воды в зависимости от разности давлений при различных температурах среды представлены на рис. 3. Причем, величина потока возрастает с понижением температуры при постоянном перепаде давлений.

Основной недостаток, предлагаемых ранее интерпретаций этого эксперимента, состоит в том, что анализ массообменных процессов проводится независимо от условий теплообмена системы, вследствие чего температура на фронте льдовыделения оказывается постоянной величиной, не зависящей от внешних параметров

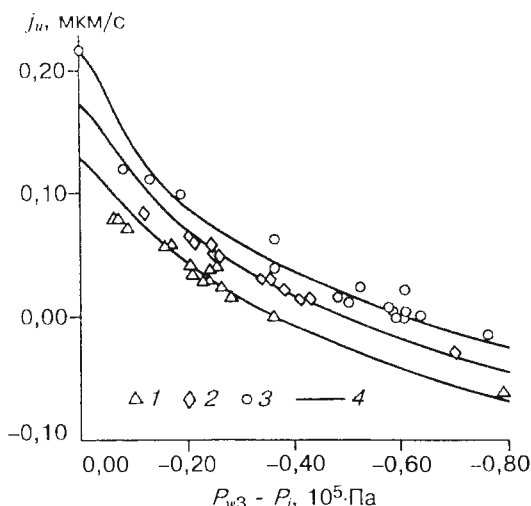


Рис. 3. Зависимость между потоком и перепадом давлений при различных температурах термостата.

1 — -0,03, 2 — -0,04, 3 — -0,05, 4 — результаты расчета.

[Biermans et al., 1978; Гречищев и др., 1984]. По этой причине полученные графики являются прямыми линиями, хотя экспериментальные точки имеют заметное отклонение от них при малых перепадах давлений и в режиме плавления льда. На это прямо указывают авторы эксперимента.

Рассмотрим данные опыта на базе системы уравнений (1)–(11). Стационарный процесс предполагает $\xi_1' = \xi_2'$ и, как следует из соотношения (5), $a = \text{const}$. Нетрудно показать, что если теплоотвод осуществляется в обе стороны от фронта льдовыведения, стационарные решения системы уравнений с $a \neq 0$ отсутствуют. Следовательно, рост льда происходит без его проникновения в поры фильтра. Последнее подтверждается экспериментами по выращиванию льда над тонкими мембранами в условиях всестороннего охлаждения [Ozawa et al., 1989], а также нашими опытами в аналогичных условиях. Проникновение льда в отверстие мембраны неизбежно привело бы к перемерзанию всей системы.

Подробное решение этого варианта задачи проведено нами ранее [Горелик и др., 1993] и сводится к определению температуры t_1 из соотношения:

$$\alpha(t_1 - t_e) = \chi \rho_w C (P_{w3} - \chi \rho_w t_1 / T_0), \quad (12)$$

где полная гидропроводность системы C выражается следующим образом:

$$C^{-1} = bc_u^{-1} + C_f^{-1}, \quad (13)$$

а C_f определяется только гидропроводностью пленки на контакте лед — внешняя поверхность фильтра:

$$C_f = k_f \eta^{-1} \gamma h^3. \quad (14)$$

Здесь k_f — численный множитель порядка единицы; η — вязкость воды; γ — количество капилляров, приходящееся на единицу площади поперечного сечения фильтра; h — толщина пленки, зависящая от t_1 по уравнению (11). Для фильтров, используемых в эксперименте, основной вклад в выражении (13) принадлежит гидропроводности пленки. Важным здесь, помимо прочего, является зависимость от γ . Так, например, только за счет изменения этой величины в ряду глина—песок суммарная гидропроводность C падает на несколько порядков.

Обозначим левую часть уравнения (12) через $f_h(t_1)$ (функция потока тепла), а правую — через $f_m(t_1)$ (функция потока массы). Семейства этих функций для различных значений параметров t_e и P_{w3} представлены на рис. 4. Точка пересечения кривых дает решение уравнения (12), а значение функции в этой точке совпадает с величиной f_w . По графикам нетрудно проследить, что понижение температуры внешней среды может приводить как к увеличению скорости потоков (в области высоких значений t_e), так и к их уменьшению (при низких температурах t_e). В области параметров t_e и P_{w3} , в которой происходит плавление льда, одновременно выполняется неравенство $t_1 < t_e$. Напротив, в режиме замерзания справедливо обратное соотношение $t_1 > t_e$. Обращение обеих частей уравнения (12) в ноль определяет равновесие системы ($P_{w3} < 0$):

$$P_{w3} = \chi \rho_w t_e / T_0 \quad (15)$$

Условия опыта соответствуют достаточно высоким значениям температуры среды, что приводит к увеличению скорости роста льда с ее понижением. Исследование устойчивости этого процесса [Горелик и др., 1993; 1996] показывает,

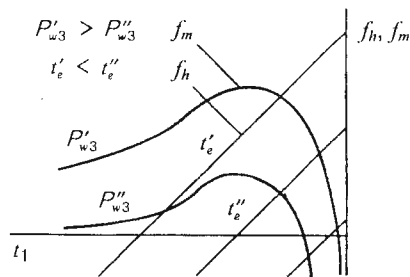


Рис. 4. Графики семейства функций потоков тепла f_h и массы f_m .

что режимы с падающими потоками без проникновения льда в поры фильтра являются маловероятными. Расчетные графики представлены кривыми на рис. 3. Отметим, однако, что достигнутое соответствие экспериментальным данным получено уменьшением расчетного коэффициента k_f в (14) примерно на два порядка. По нашему мнению, это связано с газовыделением на фронте кристаллизации, которое коагулирует проводящие каналы системы.

Другой модификацией схемы, изображенной на рис. 1, является пористое тело в виде пачки капилляров с гладкими стенками [Бровка и др., 1990]. Особенность этого эксперимента заключается также в том, что отрицательная температура задавалась непосредственно на контакте ледяной пластины с торцевой поверхностью капилляров в диапазоне $-0,3 - -3,0^\circ\text{C}$. Положительная температура t_3 могла поддерживаться независимо. Лед и резервуар с водой находились при атмосферном давлении. Результаты эксперимента представлены на рис. 5 и обнаруживают, в отличие от данных предыдущего опыта, падение скорости роста льда (плотности потока массы) с понижением отрицательной температуры (см. рис. 5, а). При ее фиксированном значении увеличение температуры теплового торца t_3 приводит к возрастанию потоков (см. рис. 5, б).

В силу особенности проведения опыта, в исходной системе уравнений соотношение (7) оказывается излишним. Величиной, подлежащей определению, является глубина проникновения льда в капилляры a . Гидропроводность системы определяется, в первую очередь, незамерзшими прослойками воды между льдом и стенками капилляров в зоне промерзания. Вкладом остальных составляющих можно пренебречь, если длина этой зоны превышает 10^{-6} м. С учетом за-

висимостей (10) и (11) полная гидропроводность системы определяется следующим выражением:

$$C \approx C_f = \frac{5}{6} \frac{r}{\eta R^2} \left(\frac{T_0 A}{\kappa \rho_i} \right)^{3/2} \frac{t_1 - t_2}{(-t_2)^{5/2} - (-t_1)^{5/2}}, \quad (16)$$

где r , R соответственно радиус отдельного капилляра и всей их пачки.

Результаты расчетов удовлетворительно описывают экспериментальные данные (рис. 5). В дополнение к кривой l , полученной по фактическим условиям проведения опыта (неизменном перепаде температур $t_3 - t_1$), вычислена зависимость потока от температуры на холодном основании при фиксированном ее значении на теплом (кривая 2). Эта зависимость также обнаруживает падение скорости кристаллизации с ростом разности $t_3 - t_1$, что противоречит сделанному авторами эксперимента выводу о пропорциональности потока массе перепаду температур на торцах. Очевидно, что говорить о такой зависимости без определения условий задания температур на торцах невозможно. На рис. 5, кроме того, приведены графики изменения величины a от соответствующих условий на торцах. К сожалению, в цитируемой выше работе отсутствуют данные по ее измерению.

Третьей разновидностью обсуждаемой схемы является выращивание льда в поре, связанной с источником воды единичным щелевым капилляром [Vignes et al., 1974]. Это единственное принципиальное отличие от эксперимента с пачкой капилляров. Диапазон изменения отрицательной температуры t_1 в обоих опытах приблизительно одинаков. Тем не менее их результаты противоречат друг другу. Как показано на рис. 6, наблюдается увеличение скорости роста льда с понижением температуры t_1 .

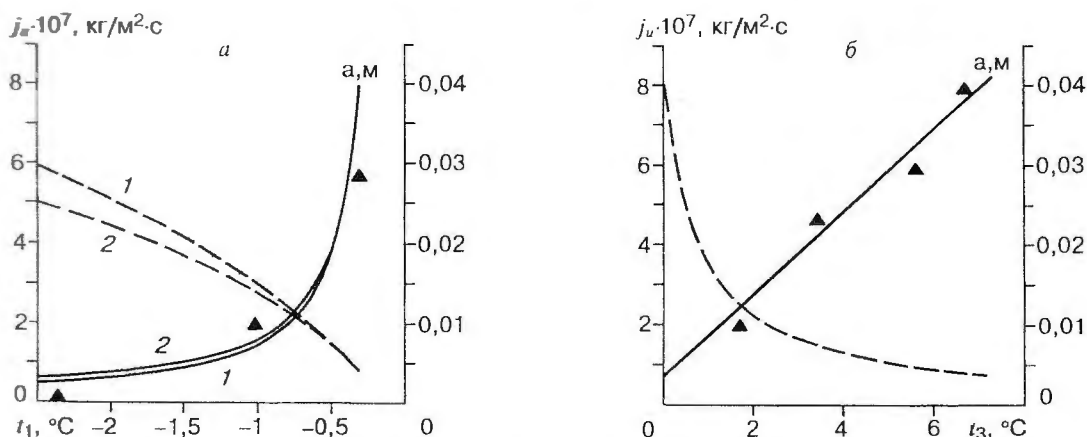


Рис. 5. Зависимость плотности потока массы (сплошная линия) и глубины проникновения (штриховая линия) от температуры на холодном (а: 1 — $t_3 - t_1 = 7,5^\circ\text{C}$; 2 — $t_3 = 7,2^\circ\text{C}$) и теплом (б: $t_1 = -0,3^\circ\text{C}$) торцах.

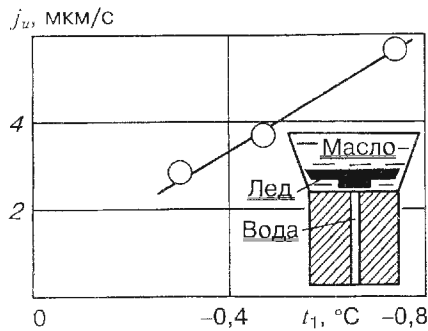


Рис. 6. Результаты эксперимента [Vignes et al., 1974] и предлагаемая схема роста льда.

Объяснение результатов этого опыта, данное ранее [Дерягин и др., 1980], не является удовлетворительным, поскольку игнорирует изменение гидропроводности пленки незамерзшей воды между льдом и поверхностью поры от температуры. Учет этой зависимости, при предполагаемом авторами эксперимента контакте льда со всей торцевой поверхностью стенок капилляра [Vignes-Adler, 1977], неизбежно должен приводить к падению величин потоков массы с понижением температуры. На наш взгляд преодоление этого противоречия невозможно без дополнительных предположений о характере льдообразования. Следует отметить, что при выполнении этого опыта контроль за ростом льда ведется по измерительному капилляру, и, вероятнее всего, визуальные наблюдения за формированием льда внутри поры невозможны ввиду конструктивных особенностей установки. Мы полагаем, что между затравочной частью столбика льда и стенками поры образуется зазор с толщиной, намного превышающей равновесную толщину пленки незамерзшей воды (см. рис. 6). Отстаиванию льда способствует заполнение пространства поры парафиновым маслом с плотностью, примерно равной плотности льда, и хорошо смачивающим поверхность кварца. В предлагаемой нами схеме толщина основания столбика льда соизмерима с шириной щели, так что гидропроводностью пленки можно пренебречь по сравнению с гидропроводностью щелевого капилляра. Вследствие этого, потоки в системе оказываются пропорциональными температуре окружающей среды, а результаты эксперимента находят удовлетворительное количественное объяснение (см. рис. 6).

Замечательным в представленных выше трех опытах является преобладающее влияние на результаты только одной составляющей полной гидропроводности системы: в первом опыте — гидропроводность пленки на торцевой поверхности фильтра, во втором — гидропроводность пленки в зоне проникновения льда в поры и в

третьем — гидропроводность подводящего канала (капилляра).

Возвращаясь далее к схеме роста льда над пористым телом при его проникновении в капилляры, имеющие искривленные стенки или шероховатости (см. рис. 2), отметим, что выполнение условия совместности деформаций (4) возможно лишь при преодолении этих препятствий поровым льдом путем режеляции. Оказывается, что данный процесс может быть описан той же системой уравнений (1) — (11) [Колунин, 1996]. Однако в любом случае целесообразно оценить их эффективность при исследовании простейших физических моделей этого явления. Показательной в этом плане является работа Р. Джилпина [Gilpin, 1979], где на основе уравнений, аналогичных системе (1) — (11), дано количественное объяснение опытам по движению тонкой проволоки через ледяной блок под действием нагрузки [Drake et al., 1973; Telford et al., 1963], а также скорости перемещения стеклянных шариков во льду под действием градиента температуры [Römken et al., 1973]. Достаточно хорошо объясняются такие сложные эффекты, как скачок скорости режеляции при определенной нагрузке и температуре. Поскольку один из этих экспериментов [Drake et al., 1973] проводился при температуре среды весьма близкой к 0°C, то существенным оказывается зависимость толщины пленки от нагрузки в уравнении (11). Перечисленные результаты показывают, что пленочная теория может быть принята за основу при теоретическом моделировании подобного типа явлений.

Ниже проанализируем эффекты, обнаруженные в экспериментах по течению льда между двумя пористыми перегородками под действием перепада давлений в жидкой фазе [Horiguchi et al., 1980], которые пока не находят объяснения. При течении льда происходит замерзание воды на поверхности фильтра со стороны повышенных давлений и его плавление с противоположной стороны (рис. 7). Температура среды изменялась в диапазоне $-0,019^\circ\text{C}$ — $-0,133^\circ\text{C}$. Результаты исследований показывают наличие начального перепада давлений, при котором потоки в системе отсутствуют (на рис. 7 приведен только один график). Авторы объяснили этот эффект адгезией льда с боковыми стенками кассеты. Усилия сцепления при указанных выше температурах находятся в интервале $0,1$ — $0,8$ кг/см². По данным Х. Желинека [Jellinek, 1967] такие сдвиговые нагрузки вызывают скорости перемещения льда по поверхности кварца значительно превосходящие величину потоков, наблюдаемых в эксперименте. Поскольку стенки кассеты выполнены из гидрофобного материала (нейлон), то эти скорости должны быть еще выше, что заставляет

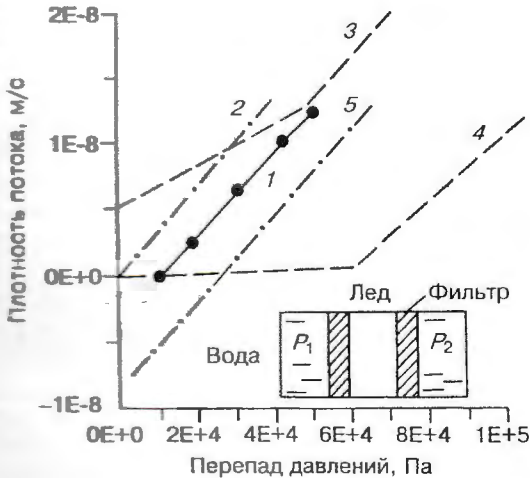


Рис. 7. Зависимость потока от перепада давлений на торцах в опыте [Horiguchi et al., 1980] при температуре термостата $t_c = -0,053^\circ\text{C}$.

Экспериментальный график: 1 — расчетный 2 — чистый эффект, 3 — с учетом незамерзшей воды и гибкости мембраны, 4 — с учетом отторгаемого воздуха и гибкости мембраны, 5 — с учетом начального градиента температуры.

искать причину возникновения начального градиента давления в действии иных факторов.

Поведение системы изучалось на основе уравнений (1)–(11), прежде всего, без учета побочных факторов. Всесторонний теплоотвод от границы кристаллизации, как сказано выше, исключает проникновение льда в поры фильтра в стационарном процессе. Исходные уравнения записываются отдельно для каждой из двух границ фазового перехода. При этом общее (и неизвестное заранее) напряжение во льду P_i определяется из условия равенства потоков жидкости с обеих сторон устройства. Отметим также, что в процессе решения определяется и сдвиг температуры на каждой границе фазового перехода по отношению к температуре среды. Результаты расчетов представлены кривой 2 (см. рис. 7) и показывают отсутствие участка с начальным перепадом давлений.

Рассмотрим далее результаты вычислений потоков при действии дополнительных факторов.

1. Гибкость мембраны фильтра. В установке использованы тонкие мембраны из целлюлозы, которые с внешней стороны подпираются металлической сеткой и деталями установки, обладающими достаточно высокой жесткостью на изгиб. Мембрана закреплена в корпусе установки снаружи, однако может прогибаться внутрь. Условие механического равновесия мембраны записывается в следующем виде:

$$P + P_r = P_i, \quad (17)$$

где P — давление в жидкости с внешней стороны мембраны; P_r — усилие реакции со стороны металлической сетки. При некотором значении P величина P_r обращается в ноль и вся нагрузка от жидкости передается на лед. Дальнейшее повышение давления приводит к прогибу мембраны внутрь кассеты. В этом случае положение границы льда со стороны повышенных давлений не является фиксированным, однако, со стороны низких давлений в течение нескольких часов наблюдается постоянный поток, обусловленный плавлением льда, пока силы упругости мембраны не уравновесят действующий перепад давлений. Критическое значение давления в жидкости P^* , при котором начинается изгиб мембраны, определяется из исходной системы уравнений при $P^* = P_i$. С учетом этого фактора результаты вычислений дают кривую, начало которой совпадает с кривой 2, но имеющую точку излома при перепаде давлений $1,2 \cdot 10^5$ Па (критическое давление). Чтобы удовлетворительно описать результаты опыта необходимо, чтобы, во-первых, расчетное значение P^* было сопоставимо с реально наблюдаемым значением начального перепада давлений, и, во-вторых, величина потоков при $P < P^*$ должна быть, по крайней мере, на порядок ниже, чем соответствующее значение при $P > P^*$. Как видно из характера поведения графика, объяснить результаты опыта действием только изгиба мембраны не удается.

2. Незамерзшая влага. При подготовке эксперимента необходимо полностью заморозить внутреннее содержимое кассеты. Поскольку теплообмен с внешней средой осуществляется со стороны ее стенок, то и замерзание происходит по направлению от стенок внутрь. В этом случае довольно сложно проконтролировать полное замерзание системы, так как температура внутри кассеты становится весьма близкой к температуре среды независимо от наличия пузырей незамерзшей воды внутри твердой фазы. Замерзание такого пузыря вызывает плавления льда на обеих мембранах. Поэтому в начальные моменты проведения опыта будет наблюдаться значение потока, отличное от нуля, которое можно принять за систематическую ошибку. Время исчезновения водного пузыря определяется временем релаксации напряжения во льду к его равновесному значению при данной температуре среды.

Вместе с тем тепловое и механическое влияние такого пузыря на поведение системы требует оценки. Такая оценка проведена нами в предположении, что водяной пузырь представляет собой в начальный момент линзу заданной толщины с ограничивающими поверхностями параллельными торцам кассеты и расположенную в ее центре симметричным образом. Результат

вычисления с учетом возникновения эффекта изгиба мембраны показан кривой 3 и также не может быть признан удовлетворительным. Отметим, однако, интересное обстоятельство: при определенном сочетании внешних условий этот пузырь является устойчивым образованием, то есть существуют стационарные режимы, при которых обе его границы остаются неподвижными относительно стенок кассеты, а его толщина не меняется. Это происходит за счет определенной скорости процессов замерзания - оттаивания на границах пузыря.

3. Воздушные включения. Несмотря на то, что в эксперименте использовалась дистиллированная вода, нельзя исключить в ней наличие растворенных газов воздуха. Даже в хорошо очищенной воде содержится газ в концентрации не менее 1 мл/л [Бондаренко, 1973]. При замерзании воды на торце со стороны высоких давлений происходит его отторжение к фильтру. Согласно теоретическим оценкам, минимальной концентрации газа достаточно, чтобы в течение нескольких десятков секунд закольматировать отверстия мембраны, которые имеют размер 0,2 мкм. Это уменьшает ее гидропроводность на несколько порядков. Со стороны, где происходит плавление льда, такой эффект отсутствует, что приводит к асимметрии в коэффициентах гидропроводности на поверхностях фильтров. Поскольку измеряемый поток определяется минимальным коэффициентом, то до момента изгиба мембраны потоки будут малы. По достижении критического давления и выше значения потоков будут пропорциональны только гидропроводности фильтра, контактирующего с границей плавления льда, что обеспечивает их резкий рост. Результаты расчета этого варианта представлены кривой 4. Хотя расчетная точка излома этого графика в несколько раз превышает наблюдаемые значения начального перепада, мы считаем, что указанные здесь причины являются весьма вероятными для объяснения результатов опыта. С отторжением газа может быть связан и эффект концентрационного переохлаждения, который может повлиять на интерпретацию результатов. Однако в данной работе оценка этого эффекта не проводилась.

4. Начальный перепад температуры. Из основной системы уравнений следует, что потоки в системе могут возникать при наличии перепада температуры на торцах даже в отсутствие разности давлений в жидкости. Такой начальный перепад температур может возникнуть, например, за счет несимметричного охлаждения частей установки, либо каких-либо электрокинетических процессов на стыках разнородных металлических частей. Прикладываемая разность давлений вначале должна скомпенсировать поток, обусловленный разностью температур,

если он имеет противоположное направление. Отличительной особенностью данного случая является то, что точка равновесия системы оказывается весьма чувствительной к значению коэффициентов теплоотдачи от устройства во внешнюю среду. Один из примеров вычисления, учитывающий этот фактор, показан кривой 5.

Хотя предлагаемый анализ и не дает полного объяснения возникновению начального перепада давлений, однако, он показывает, что проведение данного эксперимента должно быть предварительно тщательной подготовкой. В частности, при выполнении данного опыта целесообразно применение жестких фильтров.

Столь подробный анализ обсуждаемого эксперимента важен по двум причинам: во-первых, данная установка является базовой для прямого определения гидропроводности мерзлых грунтов в области температур интенсивных фазовых переходов [Williams et al., 1974]. Эта величина в высокой степени влияет на расчетные показатели процессов и должна определяться с учетом всех влияющих факторов. Вторая причина состоит в том, что рассмотренный сэндвич может являться элементарной ячейкой простейшей консолидационной модели мерзлого грунта. На рис. 8 приведена редуцированная схема, сводящая разрез мерзлой толщи, содержащей шлировой лед, к одному из вариантов сэндвича. Фрагмент 8, а показывает мерзлый грунт с ледяными включениями, в котором по каким-либо причинам произошло ослабление и последующее разрушение структурных связей, удерживающих отдельные элементы грунта от вертикальных перемещений друг относительно друга. Причинами, вызывающими ослабление и разрушение связей, могут быть, например, какое-либо динамическое воздействие или повышение его температуры вследствие потепления климата. Предположим, что на выделенный элемент грунта дей-

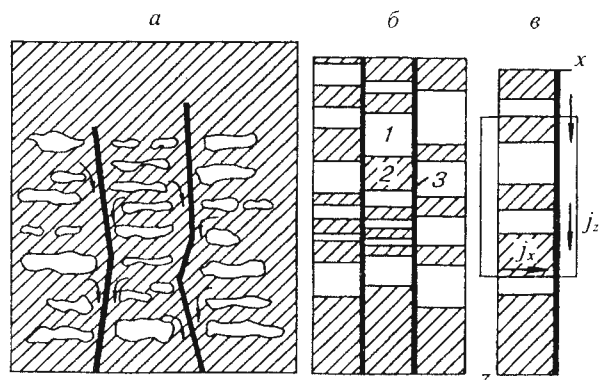


Рис. 8. Редуцированная схема консолидации мерзлого грунта, содержащего шлировой лед.

1 — лед, 2 — мерзлый грунт массивной текстуры, 3 — дренажные каналы.

существует внешняя нагрузка, которая, в частности, может быть обусловлена весом вышележащей толщи. В отсутствие структурных связей эта нагрузка передается на шлировой лед, который вследствие нарушения условия термодинамического равновесия (б) начинает таять. Вытаивающая влага по образованной сети вертикальных каналов дренирует в сторону талой зоны грунта. Сохранение влаги в жидком состоянии внутри проводящего канала может быть обусловлено следующими причинами: снижение пористости грунта, повышенное давление внутри каналов, тепловыделение за счет трения при относительном смещении блоков. Для ограниченного образования в лабораторных условиях могут быть выполнены специальные вертикальные дрены, температура замерзания в которых ниже, чем температура окружающей среды. На рис. 8, б приведена схема физической модели, отражающая поведение системы, изображенной на рис. 8, а. В ней все вертикальные блоки могут перемещаться независимо друг от друга и каждые соседние из них гидравлически связаны общим вертикальным каналом. Отдельный вертикальный элемент этой схемы и минимальный элемент (пунктирная рамка), сохраняющий все основные черты прелыдущих фрагментов, показаны на рис. 8, а. Две линзы льда в нем необходимы, чтобы продемонстрировать некоторые новые черты поведения этого элемента, не вскрытые ранее при анализе сэндвича. В частности, можно показать, что приложение внешней нагрузки к торцам этого элемента в условиях, когда профиль давления в дренажном канале существенно зависит от скорости вытаивания льда, вызывает плавление его только на внешних границах. На контакте шлира с внутренним блоком минеральных частиц фазовых переходов нет. Если же давление в дренажном канале слабо зависит от поступления влаги, то плавление льда идет во всем объеме.

Поведение рассматриваемой системы, помимо прочего, важно с точки зрения анализа динамики ее температуры в процессе консолидационной усадки за счет вытаивания шлирового льда. Как следует из выполненного анализа модельных экспериментов приложение дополнительной внешней нагрузки к первоначально равновесной системе вызывает процесс плавления льда, сопровождающийся понижением температуры на контакте с пористым телом. Например, в опыте М. Бьерманса и др. [Biermans et al., 1978] такое понижение по отношению к температуре среды достигает $-0,03^{\circ}\text{C}$ на 1 кг/см^2 прикладываемой нагрузки. И напротив, разгрузка приводит к притоку влаги в объем мерзлого грунта в сочетании с растеплением системы. Этот баротермический эффект должен приниматься во внимание при интерпретации геотермических

данных, если в мерзлой толще идут процессы тепло- и массообмена, вызванные нарушением равновесия шлирового льда.

Запишем уравнения консолидации мерзлого грунта при отмеченных выше условиях.

$$\frac{\partial}{\partial t} (\Theta \rho_s t) = \frac{\partial}{\partial x} \left(\lambda \frac{\partial t}{\partial x} \right) + \kappa \rho_w \frac{di}{dt} H(i - i_0), \quad (18)$$

$$\frac{dj_z}{dz} = -\frac{di}{dt} H(i - i_0), \quad (19)$$

$$j_z = -c_z \frac{d(P_z - \rho_w g z)}{dz}, \quad (20)$$

$$j_x = c_x (P_x - P_z) / d, \quad (21)$$

$$\frac{dj_z}{dz} = n_z j_x, \quad (22)$$

$$P_i / \rho_i - P_x / \rho_w = -\kappa t / T_0. \quad (23)$$

Здесь Q_s, ρ_s — теплоемкость и плотность грунта; i — его льдистость; P_z, c_z, j_z — давление жидкости, гидропроводность и поток влаги в вертикальном канале; P_x, c_x, j_x — усредненные по горизонтальной поверхности шлира давление воды, характеристика гидропроводности и поток от шлира к вертикальному каналу (см. рис. 8, б); n_z — количество шлиров на единицу длины вдоль оси Z ; d — ширина шлира в горизонтальном направлении; τ — время; $H(i - i_0)$ — функция Хевисайда равная нулю при $i - i_0 \leq 0$ и равная 1 при $i - i_0 > 0$. Остальные обозначения прежние. Все величины являются функциями лишь координаты z и времени. Смысл записанных уравнений следующий: уравнение (18) описывает процесс распространения тепла в массиве при наличии источников, обусловленных фазовым переходом, причем действие источников прекращается по достижении льдистости некоторого минимального значения i_0 , которое должно быть задано. Уравнение (19) выражает закон сохранения массы; (20) и (21) определяют потоки в вертикальном канале и по направлению от шлира к каналу; (22) — уравнение неразрывности потоков; (23) — уравнение термодинамического равновесия льда, контактирующего с минералом по своей горизонтальной поверхности. В качестве начального условия должны быть заданы распределение температуры и льдистости. Решение задачи однозначно определяется заданием тепловых условий на верхней и нижней поверхностях, ограничивающих массив. На границе, где имеется скачок льдистости, должно быть записано условие Стефана.

Задача нахождения температурного поля внутри грунта при его консолидационной усадке за счет вытаивания шлирового льда решается аналитически для некоторых частных случаев в стационарной постановке. Это является прибли-

лижением медленного вытаивания льда, когда льдистость меняется незначительно, а температурное поле успевает установиться. Предположим, что все характеристики среды являются константами (то есть не зависят от z) и рассмотрим два асимптотических варианта. Первый характеризуется условием $c_x \gg c_z$, что дает соотношение для давлений $P_z \approx P_x$. Обратный случай приводит к соотношению $P_z \approx P_0$, где P_0 — некоторая заданная величина, определяемая из условий равновесия свободной жидкости. Для ограниченного цилиндрического образца теплоизолированного по боковой поверхности и сдавливаемого с торцов нагрузкой σ , превышающей равновесное значение по уравнению (23), с заданной температурой внешней среды t_s имеем следующие результаты: в первом случае температура внутри образца есть константа, значение которой ниже, чем температура среды. Плавление образца происходит только с его торцов. Во втором варианте распределение температуры имеет минимум внутри образца с температурами на границах ниже температуры среды. Плавление происходит в объеме образца. Отметим, что для обоих вариантов на торцах образца записывается условие Стефана с теплоотдачей во внешнюю среду в форме $\alpha(t_s - t_e)$, где t_s — неизвестная температура торца.

Несколько более подробно рассмотрим задачу при тех же упрощающих предположениях для протяженного по оси Z массива с учетом действия его веса. В такой постановке возникает необходимость выделения нижней границы горизонта избыточной льдистости. Она может быть определена на основании уравнения (23), имея в виду то, что до начала процесса вытаивания на шлиры передается нагрузка $P_i = \sigma - \sigma_f$, где $\sigma = \rho_s g z$, σ_f — характеристика сил сцепления породы, удерживающих блоки от относительных перемещений, которая вообще говоря является также функцией z и температуры. Распределение давлений в жидкой фазе в отсутствие потоков имеет вид $P_z = P_0 = \rho_w g z$. Если принять $\sigma_f = \text{const}$, а начальное температурное поле в виде

$$t = t_s + (q/\lambda)z, \quad (24)$$

где t_s — постоянная отрицательная температура верхней поверхности массива и q — геотермический тепловой поток, то координата нижней границы избыточной льдистости L определяется уравнением

$$L = \frac{-t_s + T_0 \sigma_f / (\kappa \rho_i)}{q/\lambda + T_0 g (\rho_s / \rho_i - 1) / \kappa}. \quad (25)$$

Ниже этого уровня состояние шлиров неустойчиво и они должны растаять в масштабах геологического времени. В момент исчезновения сил сцепления, шлиры, находящиеся выше уров-

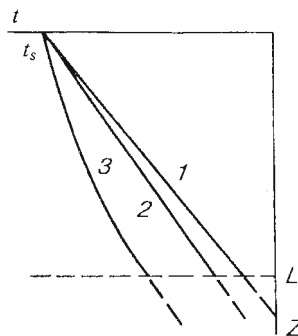


Рис. 9. Распределение температуры в мерзлом массиве.

1 — без вытаивания шлирового льда, 2 — с вытаиванием шлирового льда на нижней границе льдистого горизонта, 3 — с вытаиванием шлирового льда в массиве пород.

ня L , выходят из термодинамического равновесия и начинают таять. Будем рассматривать температурное поле только в этой области, считая, что ниже оно определяется геотермическим градиентом. Граничные условия задаются в следующем виде: на верхней границе ($z = 0$) $t = t_s$, а на нижней — условие Стефана с учетом оттока жидкости вниз:

$$\left(-\lambda \frac{\partial t}{\partial z} + q \right) \Big|_{z=L} = \kappa \rho_w \frac{c_x}{d} \left(\frac{\rho_w}{\rho_i} P_i - P_z + \frac{\kappa \rho_w}{T_0} t \right) \Big|_{z=L}, \quad (26)$$

которое фактически является аналогом уравнения (12).

Результаты решения задачи при сделанных предположениях имеют следующий вид:

$$t = t_s + c_1 z, \quad c_x \gg c_z \quad (27)$$

$$t = c_2 \text{sh}(\nu z) + t_s e^{-\nu z} - (T_0 g / \kappa) (\rho_s / \rho_i - 1) z, \quad c_x \ll c_z, \quad (28)$$

где $\nu = \kappa \rho_w \sqrt{n_z c_x / \lambda d T_0}$. Выражения для констант c_1, c_2 здесь не приводятся в силу их громоздкости. В первом случае таяние происходит только на нижней границе массива, во втором — во всем объеме. Результаты естественно сравнить с распределением температуры без процесса вытаивания, определяемым выражением (24). График этой функции представлен прямой 1 на рис. 9. Кривые 2 и 3 демонстрируют отклонение расчетных температур от этого распределения.

Полученные в этой части результаты могут оказаться полезными для объяснения аномальных градиентов температуры в мерзлой толще [Балобаев и др., 1983].

Работа выполнена при поддержке Российского Фонда Фундаментальных исследований (проекты № 94-05-16143, 97-05-65044).

Литература

- Балобан В.Т., Павлов А.В., Перлыштейн Г.З. Теплофизические исследования криолитозоны Сибири. Новосибирск, Наука, 1983, 284 с.
- Владименко Н.Ф. Физика движения подземных вод. Л., Гидрометеоиздат, 1973, 215 с.
- Бронка Г.П., Дедюлин И.В., Чураев Н.В. Термокристаллическое течение тонких прослоек незамерзающей воды в присутствии кварцевых волокон // Коллоидный журнал, 1990, т. 52, №2, с. 345-348.
- Парусин Э.Б., Колунин В.С. Механизмы образования сложной текстуры при промерзании грунтов // Инженерно-техническое изучение и оценка мерзлых, промерзающих и оттаивающих грунтов. С.-Пб., ВНИИГ им. Б. Е. Веденеева, 1995, с. 53-67.
- Парусин Э.Б., Колунин В.С. Моделирование процесса льдообразования в промерзающих грунтах // Материалы первой конференции геологов России. Кн.2. М., 1996, с. 41-52.
- Степанов С.Е. Межфазное взаимодействие в поровой влаге и криоморфологическая модель мерзлых грунтов // Инж. геология, 1979, № 4, с. 72-85.
- Степанов С.Е., Чистоплюев Л.В., Шур Ю.Л. Основы моделирования криогенных физико-геологических процессов. М., Наука, 1984, 232 с.
- Дерягин Б.В., Чураев Н.В. Течение незамерзающих прослоек воды и морозное разрушение пористых тел // Коллоидный журнал, 1980, т.42, № 5, с. 842-852.
- Дерягин Б.В., Чураев Н.В., Муллер В.М. Поверхностные слои. М., Наука, 1985, 398 с.
- Колунин В.С. Моделирование текстурообразования в промерзающих грунтах. Автореф. на соиск. уч. степ. к.ф.-м.н., Ленин, 1996, 24 с.
- Wilmans M.B.G.M., Dijkema K.M., de Vries D.A. Water movement in porous media towards an ice front / J. of Hydrology, 1978, vol. 37, p. 137-188.
- Brice L.D., Shreve R.L. Pressure melting and regelation of ice by round wires // Proceedings of Royal Society. London, 1973, A332, p. 51-83.
- Gilpin R.R. A model for the prediction of ice lensing and frost heave in soils // Water Resources Research, 1980, vol. 16, p. 918-930.
- Gilpin R.R. A model of the liquid-like layer between ice and a substrate with applications to wire regelation and particle migration // J. Colloid and Interface Science, 1979, vol. 68, № 2, p. 235-251.
- Horiguchi K., Miller R.D. Experimental studies with frozen soil in an ice-sandwich permeameter // Cold Regions Science and Technology, 1983, № 3, p. 177-183.
- Jellinek H.H.G. Liquid-like (transition) layer on ice // J. Colloid and Interface Science, 1967, vol. 25, p. 192-205.
- Miller R.D. Frost heaving in non-colloidal soils // Proceedings of 3rd International Conference on Permafrost. Edmonton, 1978, p. 708-713.
- O'Neill K., Miller R.D. Exploration of a rigid ice model of frost heave // Water Resources Research, 1985, vol. 21, № 3, p. 281-296.
- Ozawa M., Kinoshita S. Segregated ice growth on microporous filter // J. Colloid and Interface Science, 1989, vol. 132, № 1, p. 113-124.
- Römken M.J.M., Miller R.D. Migration of mineral particles in ice with a temperature gradient // J. Colloid and Interface Science, 1973, vol. 42, № 1, p. 103-111.
- Telford J.W., Turner J.S. The motion of a wire through ice // Philosophical Mag., 1963, vol. 8, № 8, p. 527-531.
- Vignes M., Dijkema K.M. A model for the freezing of water in a dispersed medium / J. Colloid and Interface Science, 1974, vol. 49, № 2, p. 165-172.
- Vignes-Adler M. On the origin of the water aspiration in a freezing dispersed medium // J. Colloid and Interface Science, 1977, vol. 60, № 1, p. 162-171.
- Williams P.J., Burt T.P. Measurement of hydraulic conductivity of frozen soils // Canadian Geotechnical J., 1974, vol. 11, № 4, p. 647-650.

Поступила в редакцию
16 июня 1997 г.