Криосфера Земли, 2003, т. VII, № 2, с. 42—47

УДК 550.362: 551.345

К ОЦЕНКЕ ВЛИЯНИЯ КРИОГЕННОЙ ТЕКСТУРЫ НА ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА МЕРЗЛЫХ ГРУНТОВ

Р. И. Гаврильев

Институт мерзлотоведения им. П.И. Мельникова СО РАН, 677010, Якутск, Мерзлотная, 1, Россия

На основе теории обобщенной проводимости сред с неоднородными включениями предложена методика учета криогенной текстуры мерзлых грунтов при расчете их коэффициента теплопроводности. Рассматривается ледяная матрица с мерзлыми грунтовыми включениями эллипсоидальной формы, в частности, в виде эллипсоидов вращения. Изменением соотношения полуосей эллипсоидов отображаются всевозможные разновидности криогенных текстур: слоистая, трубчатая и сетчатая. В расчетной формуле особенность криогенной текстуры учитывается коэффициентом формы включений. Объемная теплоемкость грунтов с криогенной текстурой рассчитывается по аддитивному принципу.

Криогенная текстура, ледяная матрица, грунтовые включения, эллипсоиды вращения, коэффициент теплопроводности, объемная теплоемкость

ON ESTIMATION OF THE EFFECT OF CRYOSTRUCTURE ON THE THERMOPHYSICAL PROPERTIES OF FROZEN SOILS

R. I. Gavriliev

Melnikov Permafrost Institute, SB RAS, 677010, Yakutsk, Merzlotnaya str., 1, Russia

Based on the theory of generalized conductivity of media with heterogeneous inclusions, a procedure is proposed to account for cryostructure in the estimation of thermal conductivity of frozen soils. An ice matrix with frozen soil inclusions of ellipsoidal shape, specifically inclusions shaped as ellipsoids of revolution, is considered. Various cryostructures, layered, tubular, and reticulate, are represented by changing the ratio of ellipsoid semiaxes. In the calculation equation, the type of cryostructure is considered by the coefficient of inclusion shape. The volumetric heat capacity of soils with a cryostructure is calculated as a sum of specific heats of soil components.

Cryostructure, ice matrix, soil inclusions, ellipsoid of revolution, thermal conductivity, volumetric heat capacity

ВВЕДЕНИЕ

Наличие незамерзшей воды при отрицательных температурах создает условия для миграции влаги в грунтах при их промерзании. В результате этого в мерзлых грунтах формируются криогенная текстура и структура (криогенное строение), которые в свою очередь определяют анизотропию теплофизических и других свойств [*Порхаев, 1960; Иванов, Гаврильев, 1965; Руководство..., 1973*].

В зависимости от температурного и влажностного режима промерзания и протаивания, а также от свойств и параметров самих грунтов в них развиваются различные типы и виды криогенных структур и текстур. Существует около ста различных видов и разновидностей криогенных текстур, которые обобщены в различных общих генетических и частных классификациях. Все виды криогенных текстур можно объединить в следующие: массивная, слоистая и сетчатая [*Шумский, 1955*].

Грунты с массивной криогенной текстурой не имеют ледяных шлиров и могут рассматриваться как термоизотропные среды. При этом имеется в виду, что в механическом и физико-химическом отношениях эти грунты также изотропны.

Грунты со слоистой криогенной текстурой обладают наиболее ярко выраженной анизотропией теплофизических свойств. В тепловом отношении целесообразно выделить следующие категории слоистых текстур: вертикально-слоистую, косослоистую и горизонтально-слоистую. Эти выделенные категории слоистой криогенной текстуры равносильны трем основным направлениям ориентации вектора теплового потока относительно простирания ледяных шлиров: перпендикулярному, параллельному и промежуточному (рис. 1, *а—в*).

Грунты, обладающие сетчатой криогенной текстурой, также анизотропны. Степень анизотропии определяется геометрией сетки шлиров и направлением вектора теплового потока (см. рис. 1, *г*).

Механизм образования криогенной текстуры до конца еще не выяснен. Однако ясно, что в его основе лежит подтягивание влаги к фронту промерзания грунта. При этом развивающиеся ле-

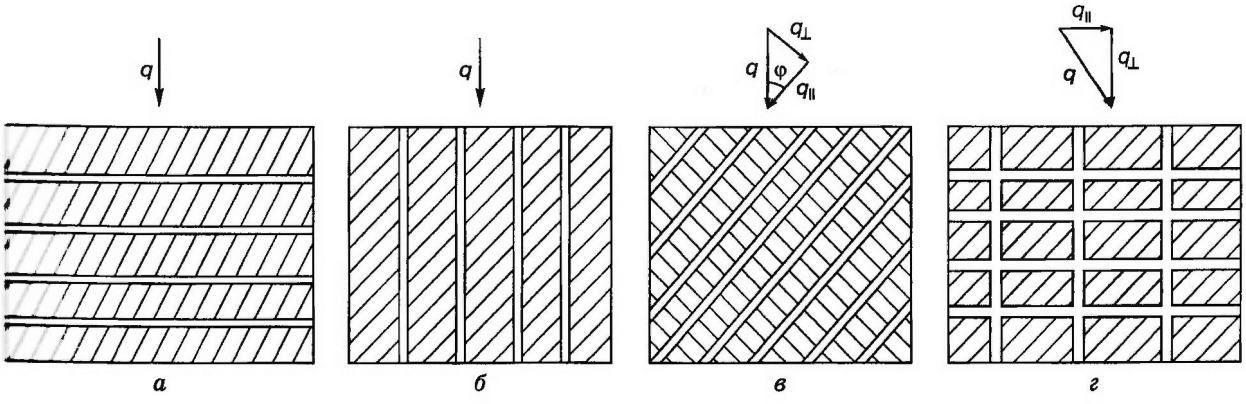

Рис. 1. Схематическое представление мерзлых грунтов со слоистой и сетчатой текстурой при различных направлениях вектора теплового потока.

Слоистая текстура при нормальной (*а*), параллельной (*б*) и промежуточной (*в*) ориентации вектора теплового потока относительно простирания ледяных прослоек; *г* — сетчатая текстура; *q* — вектор теплового потока.

ледяные прожилки рассекают однородный (массивный) мерзлый грунт на отдельные прослойки или блоки, т.е. состав и теплофизические свойства грунтовых отдельностей в криогенной текстуре примерно одинаковы. В сетчатой текстуре связующим материалом является лед. Заключенные в него блоки грунта имеют обычно прямоугольную форму. При этом при расчетах коэффициента теплопроводности грунтов с криогенной текстурой Н.С. Иванов [*Иванов, Гаврильев, 1965*] исходил из рассмотрения схем последовательного и параллельного соединения проводников тепла в отдельности для слоистой текстуры и их сочетания для сетчатой криогенной текстуры. В последнем случае в практических расчетах возникала сложность учета толщины ледяных прожилков раздельно вдоль и поперек теплового потока. Вместе с тем можно предложить более упрощенный вариант учета криогенной текстуры мерзлых грунтов при оценке их коэффициента теплопроводности на основе теории обобщенной проводимости сред с инородными включениями. Для общности рассмотрим включения эллипсоидальной формы, так как изменением соотношений полуосей эллипсоидов можно получить практически все типы криогенной текстуры. Например, для эллипсоидов вращения слоистая текстура обеспечивается при их сплющивании: $c/a \to 0$ (c и a — малая и большая полуоси эллипсоидов), когда они превращаются в пластинчатые прослойки. В случае вытянутых эллипсоидов вращения с радиусом основания c, при условии $c/a \to 0$, грунтовые включения в криогенной текстуре принимают цилиндрическую форму. При любых других значениях соотношения c/a отображается сетчатая криогенная текстура с той или иной степенью вытянутости или сплющенности грунтовых включений. При $c/a = 1$ включения принимают сферическую форму (аналог кубической формы).

РАСЧЕТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Рассмотрим криогенную текстуру как ледяную матрицу с грунтовыми включениями в форме эллипсоидов. В общем случае допустим, что грунтовые включения по составу неоднородны. Тогда для расчета эффективной теплопроводности мерзлого грунта $\lambda_{\perp,\parallel,+}$ можно использовать формулу, выведенную нами [*Gavrilyev, 1996*] применительно к крупнообломочным породам с разнородным минералогическим составом частиц:

$$\lambda_{\perp,\parallel,+} = \lambda_л \left(1 + \frac{1}{B - K_ф}\right), \qquad (1)$$

где

$$B = 1/\sum_{i=1}^{n} \frac{(\lambda_i - \lambda_л) m_i}{(\lambda_i - \lambda_л) K_ф + \lambda_л}; \qquad (2)$$

$K_ф$ — коэффициент формы грунтовых включений или прослойков; $\lambda_л$ — коэффициент теплопроводности ледяной матрицы; λ_i и m_i — коэффициент теплопроводности и объемное содержание i-го грунтового включения.

Объемное содержание льда $m_л$ равно:

$$m_л = 1 - \sum_{i=1}^{n} m_i . \qquad (3)$$

В формулах (1)—(3) предполагается, что грунтовые включения имеют массивную структуру и находятся в состоянии полного влагонасыщения (многолетнемерзлые грунты).

В формуле (1) коэффициент формы включений $K_ф$ равен:

$$K_ф = abc\ C(0), \qquad (4)$$

где a, b, c — полуоси эллипсоидов ($a > b > c$); $C(0)$ — интеграл типа [*Овчинников, 1971*]:

$$C(0) = \frac{2}{a^3}\left[\frac{\sqrt{1-p^2\sin^2\psi}\ \mathrm{tg}\,\psi - E(\psi, p)}{1-p^2}\right]; \qquad (5)$$

$E(\psi, p)$ — эллиптический интеграл второго рода; $\psi = \arcsin\sqrt{1-c^2/a^2}$ — амплитуда интеграла; $p = \sqrt{(1-b^2/a^2)/(1-c^2/a^2)}$ — модуль интеграла.

Эллиптический интеграл $E(\psi, p)$ протабулирован, и коэффициент формы включений вполне можно найти через соотношения их размеров: a, b, c. В практических расчетах вполне можно ограничиться более простым случаем эллипсоидов вращения. Тогда интеграл $C(0)$ выражается через элементарные функции [*Карслоу, Егер, 1964*]. Рассмотрим два примера.

1. Частицы имеют форму сплющенного эллипсоида вращения ($a = b > c$). Тогда по направлениям полуосей имеем:

$$K_{ф\,c} = \frac{1}{\beta}\left(1 - \frac{c}{a\beta}\arcsin\sqrt{\beta}\right), \qquad (6)$$

$$K_{ф\,a} = K_{ф\,b} = \frac{c}{2a\beta}\left(\frac{c}{\sqrt{\beta}}\arcsin\sqrt{\beta} - \frac{c}{a}\right), \qquad (7)$$

где $\beta = 1 - c^2/a^2$.

2. Включения имеют форму вытянутого эллипсоида вращения ($b = c < a$):

$$K_{ф\,c} = K_{ф\,b} = \frac{1}{2\beta}\left(1 - \frac{c^2}{2a^2\beta}\ln\frac{1+\sqrt{\beta}}{1-\sqrt{\beta}}\right), \qquad (8)$$

$$K_{ф\,a} = \frac{c^2}{a^2\beta}\left(\frac{1}{2\sqrt{\beta}}\ln\frac{1+\sqrt{\beta}}{1-\sqrt{\beta}}\right). \qquad (9)$$

На рис. 2 графически отражены вычисленные по формулам (6)—(9) значения коэффициента формы $K_ф$ сплющенных и вытянутых эллипсоидов вращения в зависимости от отношения малой (c) и большой (a) полуосей образующего эллипса по разным направлениям. Из этого рисунка видно, что для слоистой криогенной текстуры ($c/a = 0$) имеем при расположении ледогрунтовых прослоек поперек потока $K_ф = 1$ (кривая *1*), а вдоль потока — $K_ф = 0$ (кривая *1′*). В случае цилиндрических включений ($c/a = 0$) следует, что перпендикулярно к тепловому потоку $K_ф = 1/2$ (кривая *2′*) и параллельно потоку $K_ф = 0$ (кривая *2*).

При расположении слоистой текстуры грунта под углом φ к направлению теплового потока коэффициент теплопроводности мерзлого грунта рассчитывается по следующей формуле:

$$\lambda_\varphi = \sqrt{\lambda_\perp^2 \sin^2\varphi + \lambda_{||}^2 \cos^2\varphi}, \qquad (10)$$

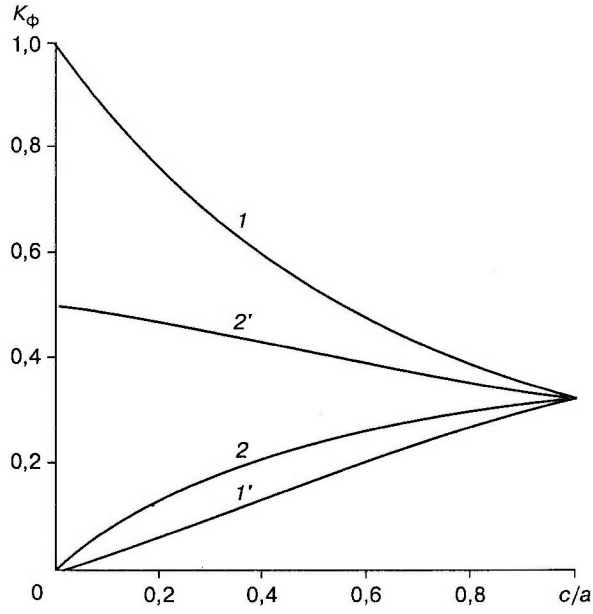

Рис. 2. Зависимость коэффициента формы $K_ф$ грунтовых включений в виде сплющенных (*1* и *1′*) и вытянутых (*2* и *2′*) эллипсоидов вращения от параметра c/a в разных направлениях:

1, *2* — по оси вращения; *1′* и *2′* — перпендикулярно оси вращения.

где $\lambda_\perp$ и $\lambda_{||}$ — вычисленные по формуле (1) при вышеприведенных величинах коэффициента $K_ф$ значения коэффициента теплопроводности грунта со слоистой криогенной текстурой при перпендикулярном и параллельном расположении ледогрунтовых прослоек к направлению теплового потока.

В грунтах с сетчатой криогенной текстурой коэффициент формы грунтовых включений в зависимости от соотношения размеров c/a включений изменяется в пределах от 0 до 1. Для шаровых (кубических) включений ($c/a = 1$) $K_ф = 0{,}33$.

Отметим, что при замене прямоугольных включений мерзлых грунтов эллипсоидальными точность расчетов не страдает, так как из аналитической теории расчетов известно, что в случае неконтактирующих включений в связующей среде их форма в конечных результатах расчета существенной роли не играет.

В случае однородного состава мерзлых грунтовых включений формула (1) упрощается до следующего вида:

$$\lambda_{\perp,||,+} = \lambda_л\left(1 + \frac{(\lambda_{мп} - \lambda_л)(1 - m_л)}{\lambda_л + K_ф m_л(\lambda_{мп} - \lambda_л)}\right), \qquad (11)$$

где $\lambda_{мп}$ — коэффициент теплопроводности мерзлых грунтовых включений массивного строения.

При сферической и кубической форме включений $K_ф = 0{,}33$ и формула (11) превращается в известную формулу Максвелла и В.И. Оделевского.

Объемная теплоемкость мерзлого грунта с криогенной текстурой не зависит от направления вектора теплового потока и равна:

$$C\gamma = m_л C\gamma_л + \sum_{i=1}^{n} m_i C\gamma_i, \qquad (12)$$

где $C\gamma_л = 1{,}932 \cdot 10^6$ Дж/(м^3·К) — объемная теплоемкость ледяной матрицы; $C\gamma_i$ — объемная теплоемкость i-го мерзлого грунтового включения с массивной текстурой, которая в свою очередь может быть рассчитана по следующей формуле:

$$C\gamma_i = \left[C_{ск} + (C_в - C_л)W_{нв_i} + C_л W_i \right] \gamma_{ск_i}, \qquad (13)$$

где $C_{ск}$, $C_в$ и $C_л$ — удельная теплоемкость минеральных частиц, воды и льда, Дж/(кг·К); W_i, $W_{нв_i}$ и $\gamma_{ск_i}$ — общая влажность, количество незамерзшей воды (отн. ед.) и плотность скелета грунта (кг/м^3) в i-м мерзлом включении грунта.

При однородном составе мерзлых включений имеем:

$$C\gamma = m_л C\gamma_л + (1 - m_л) C\gamma_{мп}, \qquad (14)$$

где $C\gamma_{мп}$ — объемная теплоемкость мерзлого включения грунта с массивной текстурой.

Коэффициент температуропроводности мерзлого грунта α находится из формулы связи: $\lambda = \alpha \cdot C\gamma$ при соответствующих значениях $\lambda_\perp$, $\lambda_{||}$, $\lambda_ф$ и λ_+.

Таблица 1. **Коэффициенты формулы (15)**

Тип грунта	l_1	l_2	l_3
Песок	0,47	1,34	2,56
Супесь	0,06	0	0
Суглинок	−0,31	9,51	16,63

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Численные расчеты коэффициентов теплопроводности мерзлых грунтов с сетчатой и слоистой криогенной текстурой проводились при параллельном, перпендикулярном и под углом 45° расположении ледяных прослоек к вектору теплового потока, а также при сферической или кубической ($c/a = 1$ и $K_ф = 0{,}33$) форме грунтовых включений в криогенной сетке. Теплопроводность грунтов с криогенной текстурой определяется как размерами (объемным содержанием), расположением ледяных и промежуточных грунтовых прослоек к направлению теплового потока, так и их коэффициентом теплопроводности.

В криогенных текстурах промежуточные прослойки или включения образуются макроскопически-изотропной (массивная текстура) мерзлой массой грунта, почвы и торфа. Их коэффициент теплопроводности может изменяться от 0,5 до 5,0 Вт/(м·К). Предполагается, что в промежуточных прослойках и включениях указанные мерзлые среды находятся в многолетнемерзлом состоя-

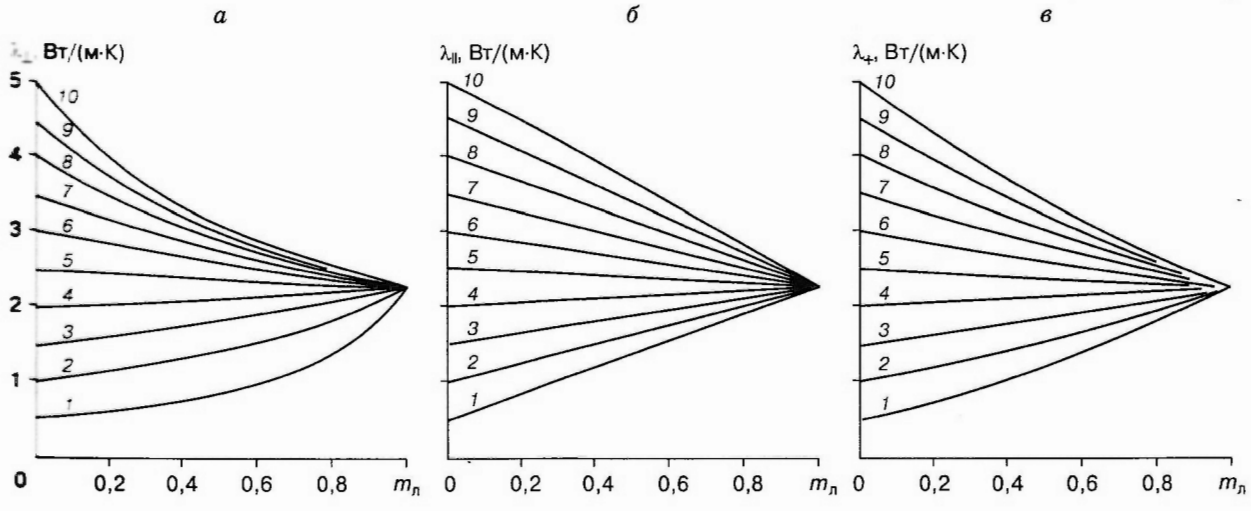

Рис. 3. Зависимость коэффициентов теплопроводности $\lambda_\perp$ (*а*), $\lambda_{||}$ (*б*) и λ_+ (*в*) мерзлых грунтов с криогенной текстурой от относительного объемного содержания ледяных прослоек ($m_л$) при различных значениях коэффициента теплопроводности промежуточных прослоек или включений мерзлой среды из грунтов, торфа и почвы ($\lambda_{мп}$, Вт/(м·К)).

Значения $\lambda_{мп}$: *1* — 0,5; *2* — 1,0; *3* — 1,5; *4* — 2,0; *5* — 2,5; *6* — 3,0; *7* — 3,5; *8* — 4,0; *9* — 4,5; *10* — 5,0.

Таблица 2. **Коэффициент теплопроводности монолитов мерзлого пылеватого суглинка с криогенной текстурой при $t = -3{,}1 \ldots -5{,}1$ °С [*Порхаев, 1970*]**

Номер монолита	Криогенная текстура монолита	Относительная суммарная толщина ледяных прожилок $\Delta l/l$	Общая весовая влажность монолита $W_{общ}$	Весовая влажность прослоек мерзлого грунта $W^*_{мп}$	Объемный вес монолита γ_w, г/см^3	$\lambda_м$, Вт/(м·К)		$\lambda_\parallel/\lambda_\perp$
						$\parallel$	$\perp$	
1	Тонкослоистая; прослойки горизонтальные, местами слегка скошенные	0,20	0,80	0,57	1,43	1,73	1,58	1,09
2	То же	0,16	0,75	0,57	1,45	1,54	1,38	1,12
3	Тонкослоистая; прослойки волнистые, расположены группами по 5—10 шт.	0,18	0,80	0,60	1,50	1,58	1,46	1,08
4	Тонкослоистая; прослойки горизонтальные, равномерно распределенные	0,15	0,68	0,52	1,46	1,67	1,53	1,09
5	Тонкослоистая; прослойки горизонтальные, слегка волнистые	0,14	0,70	0,55	1,44	2,05	1,88	1,09
6	Тонкослоистая; слегка скошенная, с размерами сторон сетки 0,5—2 см	0,16	0,72	0,55	1,51	1,81	1,84	0,98

* Расчетные данные.

нии и зависимость их теплофизических параметров от естественной влажности достаточно хорошо исследована [*Гаврильев, Елисеев, 1970; Гаврильев, 1989, 1998*]. Например, установлено, что коэффициент теплопроводности торфа естественно-мерзлого состояния не зависит от влажности и равен примерно 1,27 Вт/(м·К). Коэффициент теплопроводности многолетнемерзлых грунтов в зависимости от их естественной влажности описывается следующей формулой:

$$\lambda = 2{,}25\left[1 + \frac{l_1}{1 + l_2(W - 0{,}15) + l_3(W - 0{,}15)^2}\right], \quad (15)$$

где W — естественная влажность грунтов в отн. ед.; l_1, l_2 и l_3 — коэффициенты, зависящие от типа грунтов (табл. 1).

На основе расчетных данных о зависимости коэффициента теплопроводности промерзших грунтов со слоистой и сетчатой криогенной текстурой от относительного объемного содержания ледяных прослоек $m_л$ при различных значениях коэффициента теплопроводности промежуточных слоев $\lambda_{мп}$ построены номограммы, изображенные на рис. 3. Для слоистой текстуры грунтов объемное содержание ледяных прослоек $m_л$ равно их относительной толщине $l_л$.

При одинаковых значениях параметров $m_л$ и $\lambda_{мп}$ коэффициент теплопроводности промерзших грунтов принимает наибольшие значения при слоистой текстуре, когда ледогрунтовые прослойки направлены параллельно вектору теплового потока, и наименьшие, когда направление теплового потока перпендикулярно к ледогрунтовым прослойкам. Промежуточными значениями коэффициента теплопроводности характеризуются теплофизические свойства грунтов с сетчатой и слоистой текстурой, когда ледогрунтовые прослойки расположены под углом 45° к направлению теплового потока.

На рис. 4 показана зависимость отношения $\lambda_\parallel/\lambda_\perp$ от объемного содержания (относительной толщины) ледяных прожилков при различных зна-

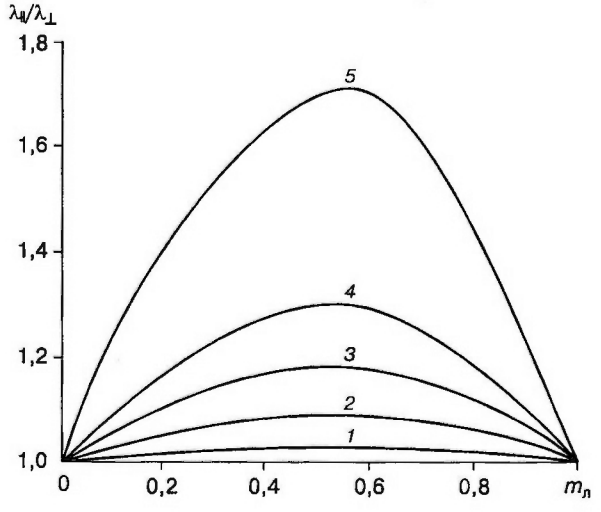

Рис. 4. Зависимость отношения коэффициентов теплопроводности $\lambda_\parallel/\lambda_\perp$ для грунтов со слоистой криогенной текстурой от содержания ледяных прожилок $m_л$ при различных значениях $\lambda_{мп}$, Вт/(м·К).

Значения $\lambda_{мп}$: *1* — 1,75 и 3,0; *2* — 1,2 и 4,0; *3* — 1,0 и 5,0; *4* — 0,7; *5* — 0,5.

чениях коэффициента теплопроводности грунтовых прослойков. Наибольший эффект анизотропии коэффициента теплопроводности мерзлых грунтов со слоистой криогенной текстурой достигается при $m_л = 0,5$ и когда величины λ грунтовых прослойков и ледяных прожилков заметно отличаются, например, при $\lambda_{мп} \geq 4,0$ Вт/(м·К) и $\lambda_{лл} \leq 1,0$ Вт/(м·К).

В заключение для сравнительного анализа результатов расчета приведем единственные известные нам экспериментальные данные [*Порхаев, 1970*] (табл. 2). К сожалению, в этих сведениях не отражены значения коэффициента теплопроводности грунтовой прослойки, что значительно затрудняет проведение анализа данных. Из табл. 2 видно, что эффект анизотропии коэффициента теплопроводности мерзлых грунтов со слоистой криогенной текстурой имеется, и при относительной суммарной толщине ледяных прожилок не более 0.20 он лежит в пределах 10 %. По расчетным данным (см. рис. 4), при той же самой толщине ледяных прожилок для мерзлой суглинистой прослойки величина $\lambda_{||}$, по отношению к величине $\lambda_{\perp}$, не превышает 5 %. По нашему мнению, в данных Г.В. Порхаева несколько уменьшена относительная суммарная толщина ледяных прожилок, которая, видимо, определялась визуально. Нами проведены расчеты влажности грунтовой прослойки ($W_{мп}$) через относительную суммарную толщину ледяной прожилки ($\Delta l/l$), общую весовую влажность монолитов ($W_{общ}$) и их объемный вес (γ_w) по следующей формуле:

$$W_{мп} = W_{общ} - \frac{0,92\Delta l(1 + W_{общ})}{l\gamma_w}. \qquad (16)$$

Результаты расчетов показывают, что при указанных в табл. 2 значениях $\Delta l/l$ влажность грунтовой прослойки монолитов оказалась довольно высокой, порядка 0,60. Весьма вероятно, что при такой влажности мерзлый грунт вполне мог содержать ледяную прожилку, которая в табл. 2 не учитывается. Таким образом создается впечатление, что суммарная толщина ледяных прожилок явно была занижена.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показано, что расчет коэффициента теплопроводности мерзлых грунтов с криогенной текстурой более упрощенно, но в то же время более развернуто осуществляется на основе теории обобщенной проводимости сред с неоднородными включениями. При этом все разновидности криогенной текстуры учитываются единым коэффициентом формы включений в универсальной формуле расчета.

Литература

Гаврильев Р.И. Теплопроводность вечномерзлых грунтов в зависимости от естественной влажности // Инж.-физ. журнал, 1989, т. 56, № 6, с. 995–1001.

Гаврильев Р.И. Теплофизические свойства горных пород и напочвенных покровов криолитозоны. Новосибирск, Изд-во СО РАН, 1998, 280 с.

Гаврильев Р.И., Елисеев С.В. Теплофизические свойства мха и торфа // Методы определения тепловых свойств горных пород. М., Наука, 1970, с. 139–153.

Иванов Н.С., Гаврильев Р.И. Теплофизические свойства мерзлых горных пород. М., Наука, 1965, 73 с.

Карслоу Г., Егер Д. Теплопроводность твердых тел. М., Наука, 1964, 487 с.

Овчинников И.К. Теория поля. М., Недра, 1971, 312 с.

Порхаев Г.В. Тепловая анизотропность многолетнемерзлых грунтов // Материалы к основам учения о мерзлых зонах земной коры. Вып. VI. М., Изд-во АН СССР, 1960, с. 31–50.

Порхаев Г.В. Тепловое взаимодействие зданий и сооружений с вечномерзлыми грунтами. М., Наука, 1970, 207 с.

Руководство по определению физических, теплофизических и механических характеристик мерзлых грунтов. М., Стройиздат, 1973, 191 с.

Шумский П.А. Основы структурного ледоведения. М., Изд-во АН СССР, 1955, 492 с.

Gavrilyev R.I. Calculation of thermophysical properties of large-fragmented rocks at the nonuniform composition of gruss-crushed stone and gravel-pebble inclusions // Proc. of Intern. Symp. on Cold Reg. Engin. Harbin, China, 1996, p. 186–189.

Поступила в редакцию
5 августа 2002 г.