

ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ ВО ЛЬДУ И МЕРЗЛЫХ ПОРОДАХ

УДК 551.328/345

О РЕЖИМАХ ЛЬДООБРАЗОВАНИЯ ПРИ ПРОМЕРЗАНИИ ГРУНТОВ

Я.Б. Горелик

*Институт криосферы Земли СО РАН, 625000, Тюмень, а/я 1230, Россия, [gorelic@ikz.ru](mailto:gorelic@ikz.ru)*

Рассмотрены условия возникновения трех режимов льдообразования при промерзании дисперсных пород: льдонакопления, объемного распучивания и оттеснения влаги. Показано, что возникновение каждого режима характеризуется определенной связью между внешней нагрузкой и температурой на внешней поверхности. Выделены основные особенности каждого из этих режимов и предложена схема описания их стадийности.

*Льдообразование, внешняя нагрузка, силы пучения, льдонакопление, объемное распучивание, оттеснение влаги*

ABOUT REGIMES OF ICE FORMATION DURING FREEZING OF THE GROUND

J.B. Gorelik

*Earth Cryosphere Institute SB RAS, 625000, Tyumen, P/O box 1230, Russia, [gorelic@ikz.ru](mailto:gorelic@ikz.ru)*

The conditions of three regimes of ice formation (ice accumulation, volumetric frost heaving and expulsion) have been considered. It has been shown that each of these regimes has definite coupling between overburden pressure and external temperature. The important features of each of these regimes have been outlined.

*Ice formation, overburden pressure, frost heaving forces, ice accumulation, volumetric frost heaving, expulsion*

ВВЕДЕНИЕ

Известно, что при промерзании дисперсных пород наблюдаются три существенно различных режима льдообразования: объемное распучивание без притока влаги извне, режим оттеснения влаги и режим льдонакопления. Последний сопровождается притоком влаги к фронту промерзания и образованием шпиров льда. Условия возникновения этих режимов довольно подробно охарактеризованы в качественном плане [Основы..., 1995]. Однако для разработки методов прогноза взаимодействия сооружений с мерзлыми породами, оценки льдистости промерзающих массивов, решения других прикладных вопросов необходимо установить количественные критерии, связывающие внешние условия промерзания и свойства самой среды с возникновением того или иного режима. Кроме того, необходимо установить, в какой мере эти режимы альтернативны друг другу, свойственна ли им определенная стадийность либо возможно одновременное сочетание некоторых из них при монотонном промерзании. Не вполне ясно также, в какой мере тот или иной режим связан с особенностями промерзания в условиях открытой (либо закрытой) системы.

Для ответа на эти вопросы рассмотрим одномерное промерзание первоначально однородного по вертикали образца с заданными условиями на верхней и нижней границах. Предполагается полное водонасыщение образца, скелет которого не деформируется при сжимающих нагрузках, но обладает нулевой прочностью на разрыв. Сжимаемость скелета может оказывать определенное влияние на процессы, однако его рассмотрение существенно усложняет анализ, и этот фактор целесообразно учитывать как возможную поправку к предлагаемой схеме.

Рассмотрим вначале особенности каждого из режимов в отдельности.

РЕЖИМ ЛЬДОНАКОПЛЕНИЯ

Режим льдонакопления представляет наибольший интерес с точки зрения анализа природных явлений и инженерной практики и весьма подробно исследован теоретически и экспериментально [Ершов 1979; Гречищев и др., 1980; Комаров, 2003]. Для количественного описания этого процесса воспользуемся схемой О'Нейла–Миллера в

квазистационарной постановке [Горелик, Колунин, 2002]. Соответствующая система уравнений описывает перенос тепла и влаги в талой и промерзающих зонах с учетом действия внешней нагрузки. Здесь приведем лишь некоторые уравнения, необходимые для дальнейшего анализа:

$$j_f = -c_f \frac{\partial p}{\partial x}, \quad (1)$$

$$j_u = -\frac{k}{\rho_w g x^*} (p^* - p_2), \quad (2)$$

$$j_f = (1 - n_u) \frac{\rho_i}{\rho_w} v_f, \quad (3)$$

$$j_u - j_f = n_u \left( \frac{\rho_i}{\rho_w} v_f + \frac{\Delta \rho_{wi}}{\rho_w} \dot{x}^* \right), \quad (4)$$

$$\frac{p_i}{\rho_i} - \frac{p}{\rho_w} = -\frac{\kappa_{wi} t}{T_0}, \quad (5)$$

где  $j_f$ ,  $j_u$  – потоки влаги в промерзающей и талой зонах;  $c_f$  – коэффициент гидропроводности незамерзающих коммуникаций в промерзающей зоне;  $k$ ,  $n_u$  – коэффициент фильтрации и пористость талой породы;  $g$  – ускорение свободного падения;  $\rho_w$ ,  $\rho_i$  – плотности воды и льда;  $\Delta \rho_{wi} = \rho_w - \rho_i$ ;  $\kappa_{wi}$  – удельная теплота фазового перехода лед–вода;  $p$ ,  $t$  – давление в жидкости и температура в произвольной точке зоны промерзания;  $p_2$  – давление в жидкости на нижней границе талой зоны (в резервуаре, с которым образец находится в контакте);  $p_i$  – компонента напряжений в льду, нормальная к границе раздела фаз [Гречищев и др., 1980] (если лед рассматривается как вязкая несжимаемая жидкость, то  $p_i$  – давление);  $x^*$ ,  $\dot{x}^*$  – координата и скорость движения фронта промерзания;  $v_f$  – скорость подъема мерзлой части образца. Звездочкой отмечены величины, относящиеся к фронту промерзания. Значения давлений отсчитываются от атмосферного. Система координат привязана к скелету талой породы, ее начало находится на нижней границе образца, а ось  $Ox$  направлена вниз. При промерзании сверху в этой системе координат  $x^* < 0$ ,  $\dot{x}^* > 0$ , в случае притока жидкости в образец потоки влаги и скорость подъема мерзлой зоны отрицательны. Если обозначить через  $l$  текущее значение длины образца, то  $l + x^*$  – длина мерзлой части образца, включая зону промерзания.

Уравнения (1), (2) – определение потоков через закон Дарси, уравнения (3), (4) – баланс массы на фронте льдовыделения (нижней границе растущего шлира льда) и границе промерзания, уравнение (5) термодинамического равновесия фаз справедливо во всей зоне промерзания. На фронте льдовыделения  $p_i = \sigma$ , где  $\sigma$  – внешняя нагрузка. В полной системе приведенная выше группа уравнений дополняется уравнениями баланса тепла на фронте льдовыделения и границе промерзания, связями между скоростями движения гра-

ниц и критерием образования нового шлира внутри зоны промерзания.

Анализ полной системы уравнений для случая роста шлира на заданной глубине  $H$  от верхней поверхности образца, выполненный в работе [Горелик, Колунин, 2002], показывает, что такой рост возможен лишь при выполнении условия

$$\sigma < -\frac{\kappa_{wi} \rho_i}{T_0} t_1 + \frac{\kappa_{wi} \rho_i}{T_0} \frac{H}{l} \left( t_1 - \frac{\lambda_f - \lambda_u}{\lambda_f} t_0 \right) \quad (6)$$

Здесь и далее полагаем, что давление на нижней границе образца равно атмосферному  $p_2 = 0$ , а температура в этой точке  $t_2 = 0$  °С. В (6)  $t_1$  – температура на верхней поверхности образца;  $t_0$  – температура проникновения льда в поры, которая определяется приведенным ниже соотношением (14);  $\lambda_f$ ,  $\lambda_u$  – коэффициенты теплопроводности мерзлой и талой частей породы.

Если нагрузка  $\sigma$  превышает значение, определяемое правой частью неравенства (6), то образование и рост шлиров ниже уровня  $H$  (а также приток влаги в образец из резервуара) невозможны. Если по какой-либо причине шлир льда уже существует в мерзлой зоне образца ниже уровня  $H$ , то превышающая нагрузка вызывает его плавление. Это явление зафиксировано экспериментально как на грунтовых системах [Radd, Oertle, 1973; Konrad, Morgenstern, 1982], так и в модельных опытах [Biermans et al., 1978].

Потоки влаги в системе, скорость роста шлиров и интенсивность пучения существенно зависят от коэффициентов проводимости  $c_f$  и  $k$ . В частности, для песков величина  $c_f$  столь низка, что режим льдонакопления для них возможен лишь формально.

В соответствии с неравенством (6) режим льдонакопления будет существовать хотя бы для какой-то части мерзлой зоны при выполнении соотношения

$$\sigma < -\frac{\kappa_{wi} \rho_i}{T_0} t_1. \quad (7)$$

При стремлении  $\sigma$  к верхнему пределу в этом соотношении протяженность зоны льдонакопления внутри всей мерзлой зоны стремится к нулю.

Из соотношений (3), (4) следует, что если скорость роста шлира  $v_f$  по модулю много меньше скорости движения фронта промерзания  $\dot{x}^*$ , то поток влаги в талой зоне  $j_u$  становится положительным, т. е. жидкость отторгается от фронта промерзания. Такая ситуация возникает как на начальной, так и на завершающей стадиях промерзания образца. На начальной стадии температура во всей мерзлой зоне столь низка, что гидропроводность  $c_f$  и соответствующий ей приток влаги к шлиру  $j_f$  оказываются весьма незначительными. При этом скорость  $\dot{x}^*$  принимает максимальные

значения, а давление на фронте промерзания  $p^*$  может достигать значения внешней нагрузки  $\sigma$ . Это характерно для режима объемного распучивания, который рассматривается ниже. В схеме О'Нейла–Миллера льдонакопление на этой стадии в принципе может быть реализовано путем расчета параметров большого количества микрошлиров, однако эти расчеты оказываются практически невыполнимыми. На конечной стадии скорости роста шлиров стремятся к нулю, в то время как скорость промерзания имеет конечные значения (что особенно характерно для повышенных значений внешней нагрузки  $\sigma$ ). При этом давление  $p^*$  на фронте может лишь незначительно превышать атмосферное (на нижней границе образца). Такая ситуация типична для режима оттеснения влаги, который будет рассмотрен ниже. Отметим, что в обоих случаях поток  $j_f$ , вообще говоря, отличен от нуля.

Отдельно рассмотрим случай, когда выполняется условие  $t_1 > t_0$ . В этой ситуации лед не может проникнуть в поры образца и его рост осуществляется с поверхности в виде массивных ледяных тел [Biermans et al., 1978; Gorelik, Kolunin, 1993].

Согласно условию (6), предельная нагрузка, устраняющая режим льдонакопления ниже уровня  $H$ , падает с ростом глубины. Поскольку длина зоны промерзания, как правило, составляет лишь незначительную долю всей мерзлой части образца, это означает, что нормальные силы пучения (понимаемые как минимально возможная суммарная нагрузка, исключая деформации пучения) уменьшаются с глубиной промерзания. На первый взгляд этот вывод противоречит результатам многочисленных испытаний опытных фундаментов, где однозначно установлен рост нормальных (и касательных) сил пучения в зависимости от глубины промерзания [Орлов, 1962]. Однако это не так. Дело в том, что в рассматриваемой схеме льдонакопления нагрузка равномерно распределена по верхней поверхности образца и сделанный вывод будет в определенном смысле соответствовать гипотетическому фундаменту в форме равномерно нагруженной плиты, покрывающей весь промерзающий массив породы. Если рассматривать также слой промерзшего грунта как бесконечную в плане плиту на упругом основании с заданным коэффициентом постели  $\beta$ , то давление, например, от одиночного столба на нее следует представлять как действие сосредоточенной нагрузки. Эта нагрузка будет передаваться на основание главным образом в зоне, непосредственно прилегающей к линии ее действия. В силу высказанного замечания о соотношении между протяженностью мерзлой и промерзающей зон давление на шпиль на линии действия нагрузки может быть принято равным реакции основания  $\beta\zeta$ , где прогиб мерзлой

плиты  $\zeta$  на этой линии вычисляется по формуле [Тимошенко, 1967]

$$\zeta = F \frac{\sqrt{3}}{4} \left( \frac{1-v^2}{\beta E} \right)^{1/2} \frac{1}{H^{3/2}}. \quad (8)$$

Здесь  $F$  – сосредоточенная нагрузка (от фундамента);  $E, v$  – модуль упругости и коэффициент Пуассона мерзлого грунта;  $H$  – толщина мерзлой плиты (глубина промерзания). Приравнявая реакцию основания к значению предельной нагрузки, определяемой правой частью неравенства (6), получим выражение для нормальной силы пучения

$$F = \frac{4}{\sqrt{3}} \left( \frac{E}{\beta(1-v^2)} \right)^{1/2} \times \\ \times H^{3/2} \left( -\frac{\kappa_{wi} \rho_i}{T_0} t_1 + \frac{\kappa_{wi} \rho_i}{T_0} \frac{H}{l} \left( t_1 - \frac{\lambda_f - \lambda_u}{\lambda_f} t_0 \right) \right). \quad (9)$$

Оно показывает, что нормальные силы пучения существенно зависят от механического поведения промерзшего слоя, способа передачи нагрузки на шпиль и возрастают с глубиной промерзания. Таким образом, расчетные схемы нормальных сил пучения для ограниченного образца и реального фундамента различаются и дают противоположную зависимость от глубины промерзания.

Прогиб поверхности мерзлого грунта вблизи опытных свай зафиксирован в работе В.О. Орлова [1962]. Хотя сам автор считает, что механическое поведение мерзлого слоя является более сложным, чем упругое, тем не менее эта модель, по-видимому, может быть принята в качестве первого приближения для оценки сил пучения. Отметим также, что (если пренебречь анкерной частью свай) подавляющее число противопучинных мероприятий направлено на устранение или ослабление связей оголовков свай с мерзлой плитой, передающих на нее нагрузку от фундамента. Последние замечания должны остаться справедливыми для всех режимов льдообразования.

### РЕЖИМ ОТТЕСНЕНИЯ ВЛАГИ

Режим характеризуется тем, что жидкость оттесняется от фронта промерзания вследствие разности плотностей льда и воды. При этом деформации пучения и приток жидкости в мерзлую зону отсутствуют, длина образца во все моменты времени совпадает с начальной  $l_0$ , а скелет не претерпевает разрывов (пористость мерзлой части образца  $n_f$  равна пористости талой части). По направленности движения влаги этот режим противоположен режиму льдонакопления. С точки зрения устойчивости сооружений он является наиболее благоприятным, но для его обеспечения требуется приложение соответствующих нагрузок.

Теоретически этот процесс можно описать с помощью схемы О'Нейла–Миллера. Полагая в соотношении (3)  $j_f = 0$ , получим  $v_f = 0$ , а из (4) – условие оттеснения на фронте промерзания

$$j_u = n_u \frac{\Delta \rho_{wi}}{\rho_w} \dot{x}^*. \quad (10)$$

Кроме того, на фронте промерзания выполняются уравнение теплового баланса

$$\lambda_f \frac{t^* - t_1}{l_0 + x^*} - \lambda_u \frac{t^*}{x^*} = \kappa_{wi} \rho_i n_u \dot{x}^* \quad (11)$$

и уравнение термодинамического равновесия фаз

$$\frac{p_i^*}{\rho_i} - \frac{p^*}{\rho_w} = -\frac{\kappa_{wi} t^*}{T_0}. \quad (12)$$

Давления в фазах связаны уравнением Лапласа

$$p_i^* = p^* + \frac{2\mu_{wi}}{r}. \quad (13)$$

Последнее слагаемое может быть выражено через температуру проникновения льда в поры при атмосферном давлении в жидкой фазе  $t_0$ :

$$t_0 = -\frac{2\mu_{wi} T_0}{\kappa_{wi} \rho_i r}, \quad (14)$$

где  $p_i^*$ ,  $t^*$  – давление во льду и температура на фронте промерзания;  $r$  – характерный радиус пор;  $\mu_{wi}$  – поверхностное натяжение лед–вода. Систему уравнений замыкает соотношение (2). Решение ее получается в замкнутом виде. В частности, температура и давление на фронте промерзания, а также скорость его движения выражаются через координату положения фронта:

$$t^* = t_1 + \lambda_u t_1 + \frac{k \rho_w}{g T_0} \left( \frac{\kappa_{wi} \rho_i}{\Delta \rho_{wi}} \right)^2 (t_1 - t_0) / \left( -\frac{\lambda_f l_0}{l_0 + x^*} + \lambda_f - \lambda_u - \frac{k \rho_w}{g T_0} \left( \frac{\kappa_{wi} \rho_i}{\Delta \rho_{wi}} \right)^2 \right), \quad (15)$$

$$p^* = -\frac{\rho_w \rho_i \kappa_{wi} (t^* - t_0)}{\Delta \rho_{wi} T_0}, \quad (16)$$

$$\dot{x}^* = -\frac{k p^*}{\Delta \rho_{wi} g n_u x^*}. \quad (17)$$

Последние выражения показывают, что по мере продвижения фронта в глубь образца температура на нем монотонно возрастает, а давление и скорость монотонно снижаются. Экстремальных значений все величины достигают при  $x^* = -l_0$ ,  $t^* = t_1$ , здесь скорость конечна. При  $k \rightarrow \infty$  температура на фронте  $t^* \rightarrow t_0$  при  $x^* > -l_0$ . При  $k \rightarrow 0$  квазистационарные распределения для температуры и давления стремятся к стационарным. При произвольном  $k$  эти величины монотонно изменяются вдоль талой зоны и достигают экстремума на фронте промерзания. При достижении фронтом промерзания стационарного положения  $x_s^*$  выпол-

няются соотношения  $t^* = t_0$ ,  $p^* = 0$ , а координата  $x_s^*$  определяется чисто тепловым уравнением

$$x_s^* = -l_0 \frac{\lambda_u t_0}{\lambda_f (t_1 - t_0) + \lambda_u t_0}. \quad (18)$$

Важной особенностью режима является то, что при малой проницаемости талой породы скорость промерзания оказывается пропорциональной ее коэффициенту фильтрации. Это означает, что скорость промерзания глинистых пород в идентичных условиях будет на несколько порядков ниже, чем для супесчаных, вследствие повышенного давления в жидкости на фронте промерзания (рис. 1). При этом температура в талой породе, прилегающей к фронту, будет пониженной.

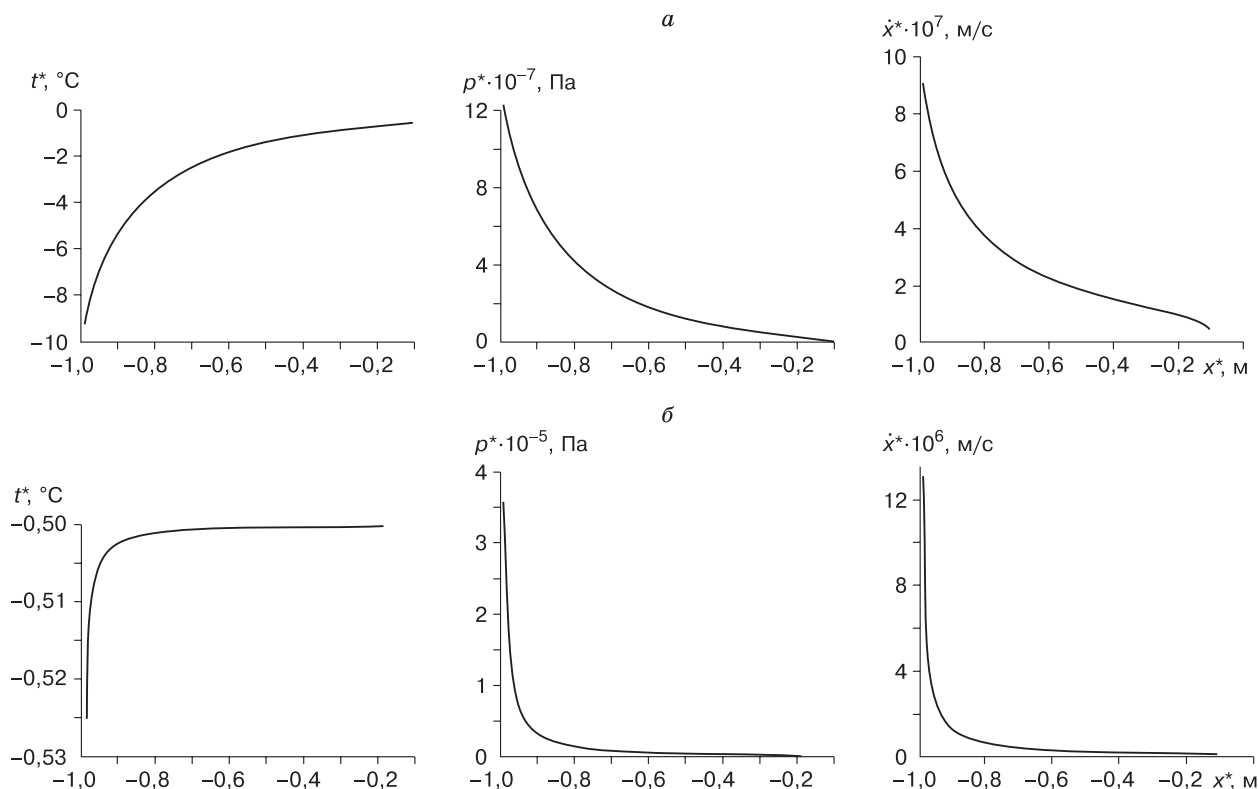
Если в этой части имеется песчаный прослой, то он замерзнет, в то время как слой глины между слоем песка и текущим положением фронта промерзания останется в талом состоянии. Такое чередование талых глинистых и мерзлых песчаных пород может иметь место в природных условиях на довольно больших глубинах по разрезу, где влияния массы пород оказывается достаточно для реализации режима оттеснения.

В рассматриваемом режиме для любого момента времени давление в жидкости во всей талой зоне не должно превышать значения внешней нагрузки. В противном случае произойдет пространственное разделение компонентов породы, что повлечет вертикальные деформации скелета (скелет несжимаем). Однако это запрещено по определению режима оттеснения. Из неравенства  $p^* < \sigma$  с учетом соотношения (16) и экстремальных свойств по температуре и давлению получаем условие, при выполнении которого обеспечивается режим оттеснения при промерзании образца:

$$\sigma \geq -\frac{\rho_w \rho_i \kappa_{wi} (t_1 - t_0)}{\Delta \rho_{wi} T_0}. \quad (19)$$

Следует иметь в виду, что это неравенство обеспечивает наступление режима оттеснения с самого начала промерзания образца. В этом случае данный режим является безальтернативным, т. е., начавшись с поверхности, он не может трансформироваться в иной режим при неизменных внешних условиях. Для выяснения условий, при которых он сменяет иные режимы (при более глубоком положении фронта промерзания), надо анализировать соотношение  $p^* < \sigma$  при  $j_u > 0$ .

Отметим, что без рассмотрения условия, обеспечивающего данный режим, он был исследован в работе [Ентов и др., 1986] для случая промерзания полубесконечного массива пород. Для описания динамики давления в талой зоне применялось уравнение пьезопроводности. Хотя это уравнение формально идентично уравнению теории фильтрационной консолидации грунтов, исходные послыки этих теорий существенно различаются. В силу



**Рис. 1. Изменения температуры и давления на фронте промерзания и скорости его движения в зависимости от положения фронта для различных значений коэффициента фильтрации:**

*a* –  $k = 10^{-12}$  м/с; *б* –  $k = 10^{-8}$  м/с.

принимаемой в теории пьезопроводности сжимаемости компонентов породы под действием порового давления [Пирвердян, 1982] в ней оказываются возможны постановка и решение задачи о нагнетании жидкости в полубесконечный пласт под действием нейтрального давления, которое обеспечивается условием оттеснения (10). В теории фильтрационной консолидации, наиболее применимой для описания процессов в грунтовой массе (при несжимаемом скелете достаточно применения закона Дарси), такая задача имеет лишь тривиальное решение ( $p = \text{const}$ ). При любом  $x^*$  из интервала  $-l_0 \leq x^* \leq x_s^*$  и  $l_0 \rightarrow \infty$  в соотношении (17) получаем  $\dot{x}^* = 0$ . Это означает, что полубесконечный массив в рамках применения теории фильтрационной консолидации не может промерзнуть при выполнении условия (19), т. е. в отсутствие вертикальных деформаций в системе. По этой причине здесь рассмотрено промерзание ограниченного образца породы.

Кроме того, в работе [Ентов и др., 1986] при низких коэффициентах пьезопроводности фронтальная постановка задачи приводит к существованию зоны переохлаждения за фронтом со стороны талой зоны. Для устранения этого противоречия вза-

мен фронтальной постановки авторы постулируют наличие двухфазной зоны ограниченной протяженности. Здесь следует иметь в виду, что при неверной трактовке такого подхода может сложиться впечатление о динамическом происхождении сосуществования фаз в мерзлом грунте (т. е. такое сосуществование может рассматриваться как результат развития процесса промерзания для тонкодисперсных систем). В частности, локальное содержание незамерзшей воды в каждом поперечном сечении двухфазной зоны определяется скоростью промерзания, влагопроводными и теплофизическими параметрами среды. Однако хорошо известно [Ершов 1979; Гречищев и др., 1980], что это сосуществование характерно прежде всего для равновесных состояний мерзлого грунта и является результатом действия капиллярных и поверхностных сил на контактах фаз и скелета породы. В иных постановках задачи, где рассматривается промерзание при наличии двухфазной зоны, локальное содержание незамерзшей влаги определяется равновесными параметрами в каждой точке [Мартынов, 1959; O'Neill, Miller, 1985]. Это надо учитывать при интерпретации результатов данной работы. Отметим также, что рассмотренное

выше промерзание ограниченного образца не приводит к противоречиям во фронтальной постановке задачи.

Проведенное в данном разделе рассмотрение предполагает отсутствие потоков влаги в мерзлой зоне. Однако оно в целом останется справедливым при выполнении более слабого условия о незначительности величины этого потока по сравнению со скоростью движения фронта промерзания, как это имеет место на завершающей стадии режима льдонакопления.

### РЕЖИМ ОБЪЕМНОГО РАСПУЧИВАНИЯ

Объемное распучивание при промерзании дисперсных пород характеризуется образованием массивной криогенной текстуры и увеличением пористости мерзлой части по сравнению с талой. Этот режим наиболее четко проявляется при промерзании в условиях закрытой системы. Увеличение пористости в процессе промерзания означает, что частицы скелета раздвигаются вдоль образца в момент льдообразования. В соответствии с теорией фильтрационной консолидации такая раздвижка может иметь место лишь при условии, что вся внешняя нагрузка  $\sigma$  передается на жидкую фазу в каждой точке текущего положения фронта промерзания.

Изменение пористости грунта за счет разуплотнения скелета в процессе промерзания не учитывается в расчетной схеме О'Нейла–Миллера, как и в большинстве работ по данной тематике. Автору известна только одна работа, где изменение пористости вводится в явном виде применительно к режиму льдонакопления [Grechishev, Shankov, 1993]. Однако в ней не рассматривается важное для данного случая уравнение баланса массы скелета. Теоретическое описание разуплотнения скелета приводит к необходимости ввести в рассмотрение это уравнение. Кроме того, уравнение баланса массы воды (4) должно быть перепиано с учетом этого обстоятельства. В предположении малости потоков влаги в мерзлой зоне эта пара уравнений записывается в следующем виде:

$$\Delta n_{fu} \dot{x}^* = -(1 - n_f) v_f, \quad (20)$$

$$\rho_w j_u = \rho_i n_f v_f + (\rho_w n_u - \rho_i n_f) \dot{x}^*, \quad (21)$$

где  $\Delta n_{fu} = n_f - n_u$ . Для случая  $\Delta n_{fu} = 0$  уравнение (21) совпадает с (4) при непроницаемой мерзлой зоне ( $j_f = 0$ ). Отметим также, что с учетом разуплотнения скелета для проницаемой мерзлой зоны соотношение (3) записывается в ином виде (который здесь не приводится), так что  $v_f \neq 0$  при  $j_f = 0$ .

Для закрытой системы пористость мерзлой части образца может быть выражена только с помощью уравнений (20), (21). Полагая  $j_u = 0$ , получим систему однородных уравнений для  $\dot{x}^*$  и  $v_f$ .

Детерминант ее должен быть равен нулю. Следовательно,

$$n_f = \frac{\rho_w n_u}{\rho_w n_u + \rho_i (1 - n_u)}. \quad (22)$$

При этом пористость имеет постоянное значение вдоль мерзлого образца. Длина образца после полного промерзания  $l_f$  определяется из условия сохранения объема, занимаемого скелетом в талом и мерзлом состояниях образца (боковые деформации отсутствуют):

$$l_f = \frac{1 - n_u}{1 - n_f} l_0. \quad (23)$$

С помощью соотношений (22), (23) нетрудно проверить условие сохранения массы воды в образце

$$\rho_i n_f V_f = \rho_w n_u V_u,$$

где  $V_f = l_f S$ ,  $V_u = l_0 S$  – объем образца в мерзлом и талом состояниях соответственно;  $S$  – площадь его поперечного сечения.

Отметим, что постоянство пористости в верхних горизонтах мерзлой толщи и ее связь с пористостью в талом состоянии по уравнению (22) может означать наличие водоупорных слоев ниже по разрезу. Из уравнения (20) в общем случае следует, что при  $n_f = n_u \equiv n$  скорость  $v_f = 0$ . Это характерно для рассмотренного выше режима оттеснения влаги.

Вернемся теперь к рассмотрению открытой системы. С учетом сказанного выше балансовые уравнения (20), (21) дополняются следующими соотношениями:

$$j_u = -\frac{k}{\rho_w g} \frac{p^*}{x^*}, \quad (24)$$

$$\frac{p_i^*}{\rho_i} - \frac{p^*}{\rho_w} = -\frac{\kappa_{wi} t^*}{T_0}, \quad (25)$$

$$p_i^* = p^* + \frac{2\mu_{wi}}{r}, \quad (26)$$

$$p^* = \sigma, \quad (27)$$

$$\lambda_f \frac{t^* - t_1}{l_0 + x^*} - \lambda_u \frac{t^*}{x^*} = \kappa_{wi} \rho_i n_u \dot{x}^*. \quad (28)$$

Выражая величину  $r$  в (26) через  $t_0$  с помощью (14) и исключая из соотношений (25) и (26)  $p_i^*$ , получим

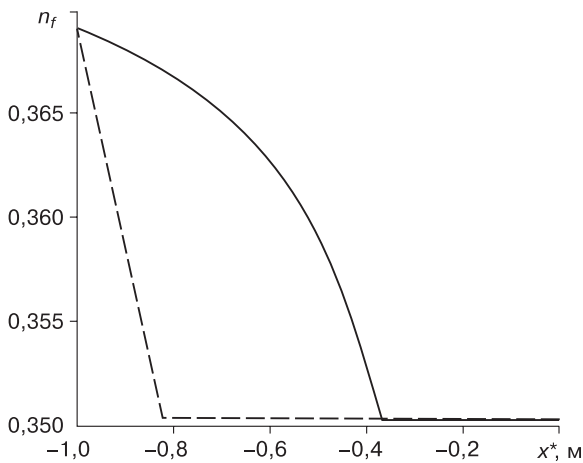
$$p^* = -\frac{\rho_w \rho_i \kappa_{wi} (t^* - t_0)}{\Delta \rho_{wi} T_0}. \quad (29)$$

Система уравнений (20), (21), (24), (27)–(29) является замкнутой для режима объемного распучивания. Поскольку  $\sigma \geq 0$ , из соотношения (24) следует, что в открытой системе этот режим сопровождается частичным оттеснением жидкости от фронта промерзания.

Как следует из результатов [Grechishev, Shankov, 1993], режим льдонакопления, сопровождающийся притоком влаги к фронту промерзания, может быть описан в терминах увеличения пористости при промерзании. Отличие, на наш взгляд, состоит в том, что в рассматриваемом здесь процессе разуплотнение скелета связано с возникновением предельного давления  $\sigma$  в жидкой фазе, в то время как в режиме льдонакопления этого предела достигает напряжение во льду. При описании режима льдонакопления в иных схемах расчета с последним обстоятельством обычно связывается и возникновение шпирового льда в зоне промерзания [Gilpin, 1980; O'Neill, Miller, 1985].

Решение приведенной выше системы уравнений может быть получено в окончательном виде. Остановимся на анализе лишь некоторых величин, представляющих наибольший интерес. Рассмотрим вопрос о протяженности по вертикали зоны объемного распухания внутри всей мерзлой зоны образца. Согласно (24), (27), поток оттеснения нарастает с продвижением фронта и при некотором его положении достигает значения, соответствующего полному оттеснению избытка объема фаз, образующегося вследствие разности их плотностей. Это положение фронта и будет искомым границей зоны объемного распухания. При этом должно выполняться соотношение  $n_f = n_u$  и, согласно (20), скорость  $v_f = 0$ . В силу условий предельного положения нижней границы зоны распухания  $x_l^*$  определяется в виде

$$x_l^* = -l_0 + (\lambda_f(t_\sigma + t_0 - t_1)l_0) / \left( \frac{k\kappa_{wi}\rho_i}{\Delta\rho_{wi}g}\sigma + \lambda_f(t_\sigma + t_0 - t_1) - \lambda_u(t_\sigma + t_0) \right), \quad (30)$$



**Рис. 2.** Изменение пористости вдоль зоны объемного распухания для различных значений коэффициента фильтрации:

сплошная линия –  $k = 10^{-12}$  м/с; штриховая линия –  $k = 10^{-10}$  м/с.

где введено обозначение

$$t^* - t_0 = t_\sigma \equiv -\frac{\Delta\rho_{wi}}{\rho_w\rho_i}\frac{T_0}{\kappa_{wi}}\sigma. \quad (31)$$

Из соотношения (30) следует, что при  $k \rightarrow \infty$  протяженность этой зоны ( $l_0 + x_l^*$ ) стремится к нулю, а при  $k \rightarrow 0$  эта величина приближается к длине всей мерзлой части образца. Это означает, что в открытой системе при идентичных условиях промерзания протяженность зоны распухания для глинистых пород будет существенно выше, чем для песчаных (рис. 2). Отметим, что в точке  $x_l^*$  скорость  $\dot{x}^*$ , вообще говоря, имеет конечное значение и дальнейшее промерзание переходит в стадию полного оттеснения влаги.

По условиям теплообмена продвижение фронта в глубь образца возможно, лишь когда температура на фронте будет выше температуры на холодном торце:  $t_\sigma + t_0 > t_1$ . С учетом (31) это дает верхнюю границу для нагрузки, при которой возможно существование режим объемного распухания:

$$\sigma \leq -\frac{\rho_w\rho_i}{\Delta\rho_{wi}}\frac{\kappa_{wi}}{T_0}(t_1 - t_0).$$

При приближении значений  $\sigma$  к верхнему пределу протяженность зоны стремится к нулю.

Выражение (30) имеет смысл при всех положительных значениях  $\sigma$ , ограниченных верхним пределом. Однако при  $\sigma < -\frac{\kappa_{wi}\rho_i}{T_0}t_1$  режим объемного распухания неизбежно должен смениться режимом льдонакопления. Разграничивая в дальнейшем режимы по принципу доминирующего направления потока в талой зоне, можно считать, что режим объемного распухания (понимаемый как происходящий с частичным оттоком влаги из мерзлой зоны) в чистом виде реализуется с момента начала промерзания при выполнении условий

$$-\frac{\rho_i\kappa_{wi}t_1}{T_0} \leq \sigma < -\frac{\rho_w\rho_i}{\Delta\rho_{wi}}\frac{\kappa_{wi}}{T_0}(t_1 - t_0). \quad (32)$$

Приведенная выше система уравнений позволяет получить выражение для изменения пористости вдоль зоны распухания. Оно имеет довольно громоздкий вид и здесь не приводится. На рис. 2 представлены результаты вычислений изменения пористости для двух значений коэффициента фильтрации при следующих исходных данных:  $l_0 = 1$  м,  $t_1 = -10$  °С,  $t_0 = 0$  °С,  $\sigma = 2 \cdot 10^7$  Па,  $n_u = 0,35$ ,  $\lambda_f = 2$  Вт/(м·°С),  $\lambda_u = 1,5$  Вт/(м·°С). При этих данных стационарное положение фронта промерзания определяется координатой  $x_s^* = -0,17$  м. На верхней границе образца пористость максимальна и дается выражением (22).

Выполненный анализ показывает, что весь диапазон положительных значений нагрузок разбивается на три интервала, каждый из которых определяет возникновение соответствующего режи-

ма (по доминирующей направленности потока влаги и указанным выше особенностям):

при  $\sigma < -\frac{\rho_i \kappa_{wi} t_1}{T_0}$  режим льдонакопления;

при  $-\frac{\rho_i \kappa_{wi} t_1}{T_0} \leq \sigma < -\frac{\rho_w \rho_i \kappa_{wi} (t_1 - t_0)}{\Delta \rho_{wi} T_0}$  режим объемного распучивания;

при  $\sigma \geq -\frac{\rho_w \rho_i \kappa_{wi}}{\Delta \rho_{wi} T_0} (t_1 - t_0)$  режим оттеснения влаги.

При этом режим льдонакопления предвещает стадия объемного распучивания, а завершает стадия оттеснения; режим объемного распучивания в завершающей фазе сменяется стадией оттеснения; режим оттеснения, возникнув с самого начала, продолжается до окончания процесса промерзания.

Отметим также, что на возникновение и смену режимов могут оказать влияние такие факторы, как конечность значения сцепления между зернами скелета (характеризующего его прочность на разрыв) и неоднородность свойств образца по вертикали. На это указывают данные экспериментов, приведенные в работе [Основы..., 1995]. Например, при промерзании искусственно приготовленного неоднородного образца, составленного из слоев керамики и глины, наблюдается чередование режимов оттеснения и льдонакопления. Однако такое влияние может быть рассмотрено на основе представленного выше анализа.

Автор выражает благодарность проф. С.Е. Гречищеву за неоднократное обсуждение комплекса взаимосвязанных вопросов, относящихся к рассматриваемой тематике, которое стимулировало написание данной работы.

### Литература

**Горелик Я.Б., Колунин В.С.** Физика и моделирование криогенных процессов в литосфере. Новосибирск, Изд-во СО РАН, фил. "Гео", 2002, 318 с.

**Гречищев С.Е., Чистотин Л.В., Шур Ю.Л.** Криогенные физико-геологические процессы и их прогноз. М., Недра, 1980, 384 с.

**Ентов В.М., Максимов А.М., Цыпкин Г.Г.** Образование двухфазной зоны при промерзании пористой среды. М., 1986, 60 с. (Препр. / ИПМ АН СССР).

**Ершов Э.Д.** Влагоперенос и криогенные текстуры в дисперсных породах. М., Изд-во Моск. ун-та, 1979, 214 с.

**Комаров И.А.** Термодинамика и тепломассообмен в дисперсных мерзлых породах. М., Науч. мир, 2003, 608 с.

**Мартьянов Г.А.** Тепло- и влагопередача в промерзающих и протаивающих грунтах // Основы геокриологии (мерзловедения). Ч. 1. М., Изд-во АН СССР, 1959, с. 153–192.

**Орлов В.О.** Криогенное лучение тонкодисперсных грунтов. М., Изд-во АН СССР, 1962, 188 с.

**Основы геокриологии** / Под ред. Э.Д. Ершова. Ч. 1. Физико-химические основы геокриологии. М., Изд-во Моск. ун-та, 1995, 366 с.

**Пирвердян А.М.** Физика и гидравлика нефтяного пласта. М., Недра, 1982, 192 с.

**Тимошенко С.П.** Пластины и оболочки. М., Наука, 1967, 626 с.

**Biermans M.B.G.M., Dijkema K.M., de Vries D.A.** Water movement in porous media towards an ice front // J. Hydrology, 1978, vol. 37, p. 137–148.

**Gilpin R.R.** A model for the prediction of ice lensing and frost heave in soils // Water Resour. Res., 1980, vol. 16, No. 5, p. 918–930.

**Gorelik Y., Kolunin V.** Mechanism of layer structures growing during ground freezing // Permafrost: Proc. of the 6th Intern. Conf. (Beijing, China, July 5–9, 1993). Beijing, South China Univ. of Technol. Press, 1993, vol. 1, p. 879–884.

**Grechishev S., Shankov V.** Development of physical-chemical model for cryogenic heaving and enlargement of segregated ice in freezing sandy-clayey soils // Ibid., p. 198–203.

**Konrad J.-M., Morgenstern N.R.** Effects of applied pressure on freezing soils // Can. Geotech. J., 1982, vol. 19, No. 4, p. 494–505.

**O'Neill K., Miller R.D.** Exploration of a rigid ice model of frost heave // Water Resour. Res., 1985, vol. 21, No. 3, p. 281–296.

**Radd F.J., Oertle D.H.** Experimental pressure studies of frost heave mechanisms and the growth-fusion behavior of ice // Permafrost: Proc. of the 2nd Intern. Conf. (Yakutsk, USSR, July 13–28, 1973). Washington, D.C., Nat. Acad. of Sciences, 1973, p. 377–384.

Поступила в редакцию  
17 октября 2006 г.