

СВОЙСТВА ЛЬДА И МЕРЗЛЫХ ПОРОД

УДК 624.131

К ТЕОРИИ ПРОЧНОСТИ МЕРЗЛОГО ГРУНТА

А.А. Коновалов

*Тюменский государственный нефтегазовый университет,
625000, Тюмень, ул. Володарского, 38, Россия*

Показано наличие двух механизмов (типов) разрушения мерзлого грунта, связанных с фазовыми переходами грунтовой влаги. Первый, работающий около точки плавления, постепенно переводит мерзлый грунт в жидкообразное состояние. Второй, работающий вдали от точки плавления, – это хрупкое разрушение, развал на части, практически без предварительного деформирования. Для обоих типов разрушения получены формулы длительной прочности и хода деформации во времени.

Мерзлый грунт, прочность, деформация, долговечность, разрушение

ON THE THEORY OF STRENGTH OF FROZEN GROUND

A.A. Kononov

Tyumen State Oil and Gas University, 625000, Tyumen, Volodarskogo str., 38, Russia

The presence of two mechanisms (types) of destruction of frozen ground is shown. Both types are connected with phase transitions of soil water. The first, working about a melting point, gradually converts the frozen ground into a liquid-like state. The second, working far from a melting point, is a brittle failure, many-parts-breakup, practically without preliminary deformation. The formulas of long-term strength and time-deformation trend are obtained for both mechanisms of destruction.

Frozen ground, strength, deformation, durability, destruction

О КИНЕТИЧЕСКОЙ КОНЦЕПЦИИ ПРОЧНОСТИ

Согласно кинетической концепции прочности, долговечность ($\tau_{\text{дл}}$) твердого тела выражается формулой [Резель и др., 1974]

$$\tau_{\text{дл}} = \tau_0 \exp [(U_0 - \gamma P)/(RT)], \quad (1)$$

где $U_0 \approx Q_c$ – энергия активации разрушения (энергия термофлуктуации); Q_c – скрытая теплота сублимации, кДж/моль; τ_0 – период тепловых колебаний атомов; RT – средняя энергия колебаний атомов; T – температура, К; R – универсальная газовая постоянная; P – внешнее давление (или длительная прочность при заданной $\tau_{\text{дл}}$); $\gamma = V_0 \phi$ – термофлуктуационный (предразрывной) объем атома; V_0 – объем атома; ϕ – коэффициент перенапряжения ослабленных связей.

При выражении Q_c в кДж/кг или кДж вместо универсальной газовой постоянной R в (1) подставляется удельная газовая постоянная B или постоянная Больцмана k .

Формула (1) получена эмпирически по результатам обобщения многочисленных испытаний на разрыв разных материалов, включая композитные и гетерогенные. Однако, судя по экспери-

ментальному материалу [Вялов, 1978; Роман, 1987, 2002], она не подходит для описания долговечности мерзлых грунтов и льда. Например, в опытах на разрыв образцов льда при $T = 265$ К и $P = 1, 0,9, 0,85$ и $0,8$ МПа величина $\tau_{\text{дл}}$ составила 10, 25, 50 и 150 мин соответственно [Роман, 1987]. Расчеты же по формуле (1) даже при $P = 0$ (температура та же) дают всего $\tau_{\text{дл}} = 2,6 \cdot 10^{-3}$ с! Дело в том, что минимальная долговечность $\tau_{\text{дл}} = \tau_0 \approx 10^{-13}$ с, согласно (1), достигается при $T = \infty$. Но температура твердого тела не может быть выше температуры плавления. Следовательно, формула (1) применима только для материалов с очень высокой температурой плавления, например, для металлов, у которых она достигает 1500–2000 К и выше. Температура оттаивания мерзлых грунтов (250–273 К) в 6–8 раз меньше.

В основе формулы (1) лежит представление о постепенном накоплении нарушений структуры (деформаций) твердого тела, завершающегося его разрушением. Деформации могут быть внешними, наблюдаемыми, выражающимися изменением формы и объема, и внутренними, скрытыми. По-

следние связаны в основном с процессом трещинообразования, почти не влияющим на объем и форму тела, но вызывающим при раскрытии трещин его развал, разрыв тела на части – собственно разрушение. В соответствии с этим на атомном уровне под нарушениями понимаются разрывы отдельных атомных связей в процессе их тепловых колебаний с вылетом атомов за пределы кристаллической решетки в результате термофлуктуаций (случайных всплесков энергии до величины Q_c) [Регель и др., 1974]. Чем выше T и P , тем чаще эти всплески и быстрее разрушение. Но к разрушающим термофлуктуациям надо отнести и те, энергия которых равна теплоте плавления $Q_{пл}$, назовем их малыми, в отличие от больших флуктуаций с энергией Q_c . При малых термофлуктуациях атомы, хотя и остаются в пределах кристаллической решетки, но отклоняются от прежнего (среднего) положения настолько, что уже не могут вернуться в него. При этом их связи “разжижаются”, появляются и начинают превалировать остаточные деформации. Максимальная величина возвратных (упругих) отклонений атомов у всех веществ обычно не превышает 10 %, т. е. на макроуровне близка к деформации плавления:

$$j_{пл} = |V_{тв} - V_{ж}|V_{тв},$$

где $V_{тв}$, $V_{ж}$ – удельные объемы твердой и жидкой фаз. Накопление таких отклонений (увеличение деформации) постепенно переводит твердое тело в качественно иное состояние – жидкообразное, текучее с $V \approx V_{ж}$, что также можно рассматривать как его условное разрушение (“гибель”), но не хрупкое, быстрое, а растянутое во времени, пластическое. Его критерием является достижение значения $j_{пл}$.

Сублимация соответствует разрыву атомной связи, образованию на ее месте “пустоты”, что достигается при ее максимальной относительной деформации $j_c \approx 1$. На макроуровне такая деформация локальна, приурочена к участкам с ослаб-

ленными связями – концентраторам напряжения (микротрещинам, вакансиям...), развивается в форме трещины в направлении сжатия. Долговечность тела равна суммарному времени разрывов всех атомных связей, соединявших стенки трещины.

ПРОЧНОСТЬ МЕРЗЛОГО ГРУНТА, МЕХАНИЗМЫ ЕГО РАЗРУШЕНИЯ

Мерзлый грунт представляет собой совокупность органоминеральных частиц с включениями незамерзшей воды (растворов) и газов, связанных поровым льдом. В обычных условиях, особенно при T , близких к 0°C , поровый лед начинает оттаивать при любом малом повышении P или T , в результате чего мерзлый грунт теряет устойчивость. То есть прочность мерзлого грунта, сцепление его частиц, обеспечивается в основном ледяными связями [Вялов, 1978]. Остальными связями в первом приближении можно пренебречь и расценивать разжижение ледяных связей с последующим расползанием грунта как пластическое разрушение, а $j_{пл}$ – как его предельную деформацию, при которой упрочнение меняется на разупрочнение. При $j > j_{пл}$ грунт переходит в текучее состояние, в котором частицы утрачивают сцепление, сплошность тела поддерживается только за счет внутреннего трения (вязкости), процесс завершается распадом.

Таким образом, можно говорить о двух основных механизмах разрушения мерзлого грунта: медленном, пластическом, развивающемся вблизи точки плавления, и хрупком (сублимационном) – вдали от нее, и двух промежуточных – вязком и хрупковязком. Хрупкое разрушение – это результат накопления преимущественно возвратных деформаций, пластическое – остаточных. На рис. 1 дана упрощенная схема действия этих механизмов: пластического и вязкого, переходящего в хрупко-

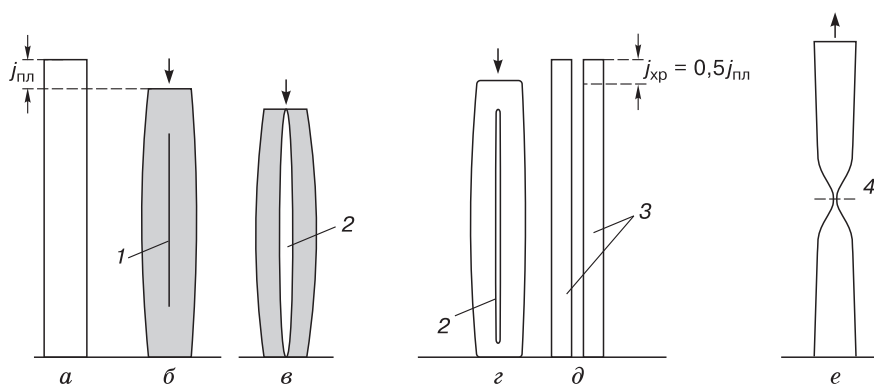


Рис. 1. Примерная схема действия разных механизмов разрушения мерзлого грунта:

a – призматический фрагмент грунта до загрузки; b – его “разжижение” после загрузки; $в$ – трещинообразование с последующим вязким распадом; $г, д$ – трещинообразование и упругий распад; e – разрушение при растяжении; 1 – плоскость (в разрезе) концентрации напряжения; 2 – трещина; 3 – развалы фрагмента; 4 – плоскость поперечного разрыва.

вязкое (см. рис. 1, б, в), и хрупкого (см. рис. 1, з, д). Формула (1) описывает хрупкое разрушение, т. е. на макроуровне – процесс образования трещины до момента ее раскрытия. Для инженерных расчетов целесообразно упростить (1), освободившись от микропараметров. При $\tau_{дл} = \tau_0$ мгновенное (максимальное) давление $P_{м.с} \approx Q_c/\gamma$. Анализ справочного материала [Справочник..., 1969] показал, что у всех веществ отношение BT_0/Q_c близко к постоянной $BT_0/Q_c = \eta j_{пл} \approx j_{хр}$, которой придадим смысл объемной относительной деформации тела в момент раскрытия трещины. Тогда формула (1) принимает вид

$$\tau_{дл} = \tau_0 \exp [(1 - P/P_{м.с})/j_{хр}]. \quad (2)$$

Величина коэффициента осреднения $\eta = BT_0/(Q_c j_{пл}) = BT_0/Q_{пл}$ находится между 0 и 1 (T_0 – температура плавления при атмосферном давлении, B – удельная газовая постоянная, у льда $B \approx 0,46$ кДж/(кг·°С)). Расчеты показывают, что у большинства твердых тел η не сильно отличается от 0,5: у льда – 0,50–0,53, у цинка – 0,57, у висмута и свинца – 0,64, у олова и алюминия – 0,46. То есть соотношение между BT_0 и $Q_{пл}$ примерно такое же, как между потенциальной энергией упругой деформации и ее работой по закону Гука. Поэтому допустима следующая интерпретация: средней энергии колебаний атомов BT_0 – как энергии упругости (обратности), теплоты плавления $Q_{пл} \approx 2BT_0$ – как работы упругих сил, теплоты сублимации Q_c – как полной энергии связей, равной работе их разрушения, теплоты испарения $Q_{и} = Q_c - Q_{пл}$ – как работы сопротивления за счет вязкости. Величины $Q_{и}$ и $Q_{пл}$ можно соотнести с работой двух составляющих напряженного состояния: шарового тензора (гидростатической составляющей), отвечающего за объем тела, и диватора, отвечающего за его форму; Q_c можно соотнести с их суммой.

Формула (2) переводит расчет долговечности с микро- на макроуровень, от скрытого (внутреннего) процесса трещинообразования к одновременно проходящему, наблюдаемому процессу общего деформирования тела. Вдали от точки плавления трещина раскрывается раньше, чем объемная деформация достигает предельного значения $j_{пл}$, примерно при $j = j_{хр} \approx 0,5j_{пл}$. Тело разваливается на части с восстановлением в них формы и начального объема $V_{тв}$. Это хрупкое разрушение. Вблизи точки плавления тело под давлением разжижается, внутренние пустоты заплывают, а трещины, если и образуются, то деформация $j_{пл}$ достигается раньше, чем расходятся их стенки. Это пластическое разрушение, связанное с потерей сцепления между частицами, определяющего упругость формы. Вязкое разрушение (см. рис. 1, в) начинается при $j > j_{пл}$. В зоне его действия мерзлое тело жидкообразно (удельный объем близок к $V_{ж}$),

упругопластическая деформация перешла в пластично-вязкую, внутренняя энергия равна $Q_{и}$. Предельная деформация (условный предел прочности) назначается по соображениям безопасности сооружения. При ускоренном росте продольной деформации (сокращении длины образца) увеличивается объем внутренней “пустоты” за счет сдвига частиц при трещинообразовании, завершающегося развалом тела на части с восстановлением в них объема $V_{ж}$. Это хрупковязкое разрушение, как и хрупкое, связано с раскрытием трещин. Реально и хрупкое и хрупковязкое разрушение происходит при меньших деформациях (меньших механических и тепловых нагрузках) из-за наличия разного рода дефектов структуры, вроде пустот и т. п., по которым трещина образуется раньше, чем по центральной оси призмы (см. рис. 1).

Для полного описания поведения нагруженного твердого тела необходимо также знать зависимость деформации от времени. Взяв в (2) производную $j_{хр}$ по $\tau_{дл}$, находим формулу скорости деформации

$$dj/d\tau = -(1 - P/P_{м.с})/\tau [\ln(\tau_{дл}/\tau_0)]^2. \quad (3)$$

Проинтегрировав в формуле (3) j в пределах от 0 до $j_{хр}$, а τ – от τ_0 до $\tau_{дл}$, после несложных преобразований получим искомое выражение временной зависимости деформации (средней по всему объему) для хрупкоразрушающегося тела:

$$j/j_{хр} = \ln(\tau/\tau_0)/\ln(\tau_{дл}/\tau_0). \quad (4)$$

Отношение конечной разности $P_{м.с} - P = \Delta P$ к $P_{м.с}$ в формуле (2) отвечает условию скачкообразного изменения внутреннего давления от величины внешнего P до максимума $P_{м.с}$. При пластическом разрушении внутреннее давление последовательно проходит весь спектр значений, от внешнего P до максимума $P_{м.пл}$, величина которого в этом случае определяется из уравнения Клапейрона–Клаузиуса: $P_{м.пл} = Q_{пл}t/(T_0(V_{тв} - V_{ж}))$. Таким образом, долговечность изменяется от $\tau_{дл}$ до τ_0 . Поэтому при пластическом разрушении в (2) вместо $\Delta P/P_{м.с}$ надо брать интеграл dP/P в пределах от P до $P_{м.пл}$, а вместо $\tau_0/\tau_{дл}$ – интеграл $d\tau/\tau$ в пределах от $\tau_{дл}$ до τ_0 . Кроме того, предельная наблюдаемая деформация в этом случае $j_{пл}$, а не $j_{хр}$ ($\eta = 1$, а не 0,5). После этих преобразований формулы (2) получаем выражение длительной прочности пластичного тела:

$$P = P_{м.пл}(\tau_0/\tau_{дл})^{j_{пл}}. \quad (5)$$

Нетрудно увидеть, что формула (5) по структуре аналогична известной формуле С.С. Вялова:

$$P = A/\tau_{дл}^a, \quad (6)$$

где A , a – эмпирические коэффициенты.

Формула (5) превращается в (6), если ввести обозначения: $A = P_{\text{м.пл}} \tau_0^j$, $a = j_{\text{пл}}$. Таким образом, формула (5) – это та же формула С.С. Вялова, в которую вместо эмпирических коэффициентов подставляются физически обоснованные постоянные.

УРАВНЕНИЕ ФАЗОВОГО РАВНОВЕСИЯ. СВЯЗИ С ЗЕМНЫМИ ЦИКЛАМИ

Формулы длительной прочности (или долговечности) и временной зависимости деформации мерзлого грунта и льда можно вывести и непосредственно из обобщенного уравнения Клапейрона–Клаузиуса [Головки, 1988], которое запишем в следующем виде [Коновалов, 1997, 2002]:

$$t_{\text{пл}} = P(V_{\text{ТВ}} - V)T_0/Q_{\text{пл}} = bP, \quad (7)$$

где $t_{\text{пл}}$ – температура плавления льда, °С; $Q_{\text{пл}}$ – скрытая теплота плавления, изменяющаяся от 334 кДж/кг (6 кДж/моль) при 0 °С до 235 кДж/кг (4,2 кДж/моль) при –22 °С; $D = P_{\text{ж.и}}/P$ (где $P_{\text{ж.и}}/P \approx 1 - (j/j_{\text{пл}})^n$) – коэффициент закрытости (жесткости, податливости); $n \approx 0,25$; $b = (V_{\text{ТВ}} - V_{\text{ж}}D) \times T_0/Q_{\text{пл}} = 0,92 - 0,83D$; $V = V_{\text{ж}}D$ – объем жидкой фазы, возрастающий от 0 до $V_{\text{ж}}$ при оттаивании и убывающий от $V_{\text{ж}}$ до 0 при замерзании; P – внешнее давление; $P_{\text{ж.и}}$ – давление на границе фаз (поровое давление), изменяющееся от 0 до P .

При $D = 1$ (когда $P_{\text{ж.и}} = P$ и $V = V_{\text{ж}}$ – классический, предельный вариант уравнения фазового равновесия) система полностью закрыта и неподатлива, $b \approx 0,08$ °С/МПа, при $D = 0$ ($P_{\text{ж.и}} = 0$, $V = 0$) система полностью открыта и податлива, $b \approx 0,92$ °С/МПа. Процессы промерзания и оттаивания протекают преимущественно при b , близких к 0,08 °С/МПа. Большими b характеризуются мерзлые грунты, содержащие связанную влагу, водоненасыщенные грунты, а также открытые системы (свободный влагообмен грунтов с окружающей средой).

В отличие от большинства других веществ, удельный объем воды при замерзании увеличивается, а температура замерзания с ростом давле-

ния понижается. Если же не учитывать знаки изменения этих параметров, то, как следует из (1), характер их взаимодействия одинаков у всех веществ: абсолютное значение $t_{\text{пл}}$ тем больше, чем сильнее отклоняется давление или объем от начальных величин.

Примерно при $t = -22$ °С (251 К) и $P \approx 214$ –220 МПа [Фрадкин, 1983; Савельев, 1991] знак зависимости $t_{\text{пл}}$ от P меняется на обратный: величина $t_{\text{пл}}$ начинает повышаться, достигая 0 °С при $P = 638$ МПа, – лед ведет себя как “нормальное” твердое тело. При $t < -22$ °С обычная вода, а при $P > 220$ МПа обычный лед не существуют (рис. 2). Температуру, давление и удельный объем на этом пределе назовем эвтектическими: $t_{\text{э}} = -22$ °С, $P_{\text{э}} \approx 214(220)$ МПа, $V_{\text{э}} = V_{\text{ж}}$, поскольку при этих показателях вода находится в равновесии с двумя твердыми фазами – льдом I и льдом III [Савельев, 1991], т. е. подпадает под определение эвтектики. Удельная теплота плавления в точке эвтектики $Q_{\text{пл}} = 235$ кДж/кг (4,2 кДж/моль), объемная – $L_{\text{пл}} = Q_{\text{пл}}/V_{\text{ТВ}} = 216\,000$ кДж/м³ = 216 МПа $\cong P_{\text{э}} \approx P_{\text{м.пл}}$, объемная теплота кристаллизации $L_{\text{кр}} = Q_{\text{пл}}/V_{\text{ж}} = 235\,000$ кДж/м³ = 235 МПа $\approx P_{\text{м.кр}}$, $L_{\text{пл}}/L_{\text{кр}} = 0,917$. Перемножив постоянную Планка, среднюю частоту колебаний атомов и число Авогадро, находим молярную (отнесенную к молю) величину кванта энергии $Q_{\text{квн}} \approx 6,625 \cdot 10^{-34} \cdot 10^{13} \times 6,025 \cdot 10^{23} \approx 4$ кДж/моль, которая почти совпадает с $Q_{\text{пл}} = 4,2$ кДж/моль (235 кДж/кг) при $t_{\text{э}} \approx -22$ °С.

Анализ фактического материала [Фрадкин, 1983; Савельев, 1991; Шавлов, 1996] показал также, что пространственные и тепловые параметры, характеризующие пределы существования воды и льда и их деформаций при фазовых превращениях, примерно подобны:

$$V_{\text{ж}}/V_{\text{ТВ}} = T_{\text{э}}/T_0 = Q_{\text{и}}/Q_{\text{с}} = P_{\text{м.пл}}/P_{\text{м.кр}} \approx 0,917, \quad (а)$$

$$1 - V_{\text{ж}}/V_{\text{ТВ}} = 1 - T_{\text{э}}/T_0 = Q_{\text{пл}}/Q_{\text{с}} = 1 - P_{\text{м.пл}}/P_{\text{м.кр}} \approx j_{\text{пл}} \approx 0,083, \quad (б)$$

$$V_{\text{ТВ}}/V_{\text{ж}} - 1 = T_0/T_{\text{э}} - 1 = Q_{\text{с}}/Q_{\text{и}} - 1 = P_{\text{м.кр}}/P_{\text{м.пл}} - 1 \approx j_{\text{кр}} \approx 0,091, \quad (в)$$

где $Q_{\text{и}}$, $Q_{\text{с}}$ – скрытые теплоты испарения воды и сублимации льда (при $t = -22$ °С $Q_{\text{с}} = 2830$ кДж/кг, $Q_{\text{и}} = Q_{\text{с}} - Q_{\text{пл}} = 2830 - 251 = 2579$ кДж/кг); $P_{\text{м.пл}} \approx 216$ МПа, $P_{\text{м.кр}} = 235$ МПа – максимальные давления плавления и кристаллизации (силовые эквиваленты $L_{\text{пл}}$, $L_{\text{кр}}$). Из уравнений (7) и (а)–(в) следует линейность распределения t , P и j между их крайними значениями и примерная аналогия совокупности этих уравнений газовым законам. Отметим также совпадение предельных величин изменения коэффициента b в (7), отнесенных к единице

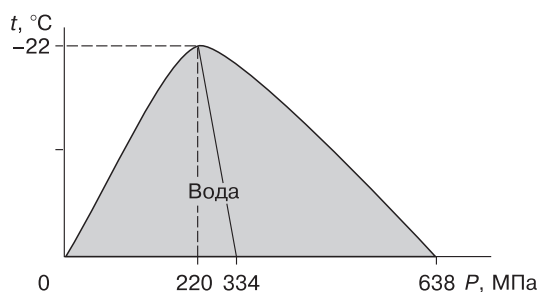


Рис. 2. Область существования обычной воды при $t < 0$ °С.

их измерения, с коэффициентами подобия по уравнениям (а), (б). Кроме того, отношения теплот сублимации и плавления при $t = -22^\circ\text{C}$ к величине BT_0 равны $2830/(0,46 \cdot 251) = 24 = 12 \cdot 2$ и $235/(0,46 \cdot 251) = 2$ соответственно.

Уравнения (б), (в) – относительные деформации объемных и энергетических параметров при плавлении льда и кристаллизации воды. Максимально возможная деформация сжатия любой субстанции равна единице. Следовательно, твердая фаза воды состоит из $1/0,083 = 12$, а жидкая – из $1/0,091 = 11$ частей (квантов) по $Q_{\text{пл}} = 235$ кДж/кг и $j = 0,083$ каждая. По-видимому, в последнюю не входит энергия невидимого (эмбрионального) образования центров кристаллизации – зародышей кристаллов, которые появляются как бы мгновенно.

Следует особо отметить совпадение количества квантов в суммарной энергии ледяного тела (количества малых флуктуаций в большой), а также отношений температур, объемов и деформаций, характеризующих пределы его существования, с числом месяцев в году. В то же время за месяц происходит примерно 30 оборотов Земли вокруг своей оси и $30 \cdot 2 = 60$ оборотов приливной волны – постоянно действующего антиэнтропийного фактора в земных системах, особенно содержащих воду. Число $30 = 12 \ln 12 = \ln 10^{13}$, производимое из числа 12 (1 месяц $\approx \ln 12^{12}$ сут $\approx 24 \ln 12^{12}$ ч $\approx 12^6$ с $\approx 12^{18}$ колебаний атома), определяет и частоту суточных циклов в месячном цикле, и логарифм частоты колебаний атомов в секунду, т. е. прослеживается связь свойств системы вода–лед с цикличностью в макро- и микромире. Проследим другие временные аналогии. При 12-разрядном исчислении времени с единицей измерения 1 месяц его относительное изменение (деформация) в конце годового цикла составит: $1 - 11/12 = 0,083$ при движении вперед от 11-го к 12-му месяцу и $12/11 - 1 = 0,091$ при обратном ходе от 12-го к 11-му месяцу (на круговой орбите это то же, что от 0 к 1), а соотношение между концом и началом месячного цикла здесь $12/11 = 1,091$ или $11/12 = 0,917$ (ср. с формулами (а)–(в)). Другой коэффициент подобия 2 равен количеству противоположных по поступлению (отдачи) тепла и света полупериодов в суточном и годовом циклах, т. е. характеризует в них дихотомию тепла (света) и холода (темноты). Таким образом, соотношения параметров основных вращательных циклов в системе Земля–Луна–Солнце (суточного, месячного и годового) и пространственно-энергетических характеристик области существования воды и льда по уравнениям (а)–(в) совпадают, а кванту энергии льда, начиная с $t = -22^\circ\text{C}$ и ниже, можно придать также относительное временное (частотное) измерение.

ДОЛГОВЕЧНОСТЬ МЕРЗЛОГО ГРУНТА И ЛЬДА ПРИ $t > -22^\circ\text{C}$

Запишем формулу (7) отдельно для $D = 1$ и $D = 0$ в виде

$$P(V_{\text{ТВ}} - V_{\text{Ж}}) = Q_{\text{пл}}t/T_0, \quad (8)$$

$$PV_{\text{ТВ}} = Q_{\text{пл}}t/T_0. \quad (9)$$

Максимум внутреннего давления $P_{\text{м.пл}} = Q_{\text{пл}}t/T_0(V_{\text{ТВ}} - V_{\text{Ж}})$ достигается при $D = 1$ в конце оттаивания, а минимум, равный внешнему (атмосферному плюс дополнительному) давлению $P = L_{\text{пл}}t/T_0$, достигается при $D = 0$ в начале оттаивания. Величина $P_{\text{м.пл}}$ имеет смысл мгновенной, максимально возможной прочности, т. е. давления, которое может выдержать тело не разрушаясь (не деформируясь сверх $j_{\text{пл}}$) хотя бы одно “мгновение” $\tau_{\text{дл}} = \tau_0 \approx 10^{-13}$ с. Внутреннее давление, которое меньше мгновенного, имеет смысл длительной прочности, когда $\tau_{\text{дл}} > \tau_0$. Найдем соотношение между ними (разделим одно на другое) при $t = \text{const}$ и представим его в виде $P/(j_{\text{пл}}P_{\text{м.пл}}) = 1$. При $\tau_{\text{дл}} = \tau_0$ отношение $\tau_{\text{дл}}/\tau_0$ также равно 1. Тогда для предельного случая, когда $\Delta\tau = \tau_{\text{дл}} - \tau_0$ стремится к бесконечно малой величине – дифференциалу $d\tau$, можно записать $\tau_{\text{дл}}/\tau_0 = P/(j_{\text{пл}}P_{\text{м.пл}})$, или в дифференциальной форме:

$$d\tau/\tau = (dP/P)/j_{\text{пл}}. \quad (10)$$

Проинтегрировав (10) слева от τ_0 до $\tau_{\text{дл}}$ и справа от P до $P_{\text{м.пл}}$, получаем

$$\ln(\tau_0/\tau_{\text{дл}}) = \ln(P/P_{\text{м.пл}})/j_{\text{пл}}. \quad (11)$$

После преобразования (11) с учетом (7) находим формулу длительной прочности (или долговечности) при пластическом разрушении с постоянными P и t , идентичную (5):

$$P/P_{\text{м.пл}} = Pk/t = (\tau_0/\tau_{\text{дл}})^{j_{\text{пл}}}. \quad (12)$$

Показатель степени $j_{\text{пл}} = 0,083$ соответствует предельному состоянию, в котором удельный объем жидкой фазы V в (7) равен $V_{\text{Ж}}$, а $k = 0,083^\circ\text{C}/\text{МПа}$. Выше показано, что предельная относительная деформация в общем случае примерно равна $k/[1^\circ\text{C}/\text{МПа}]$, значит, $j_{\text{пл}}$ в (12) колеблется, как и численное значение k , в

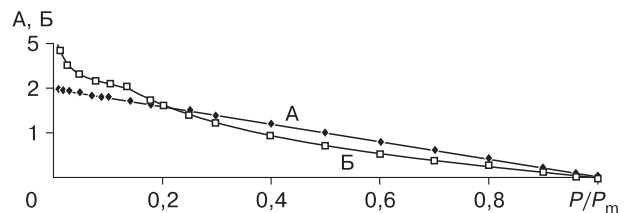


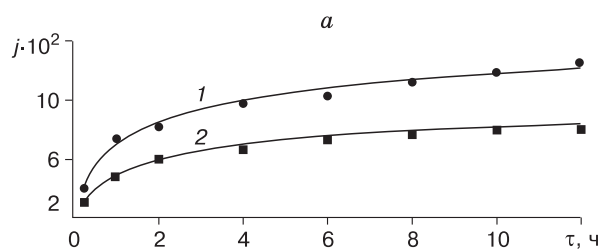
Рис. 3. Зависимости А и Б от P/P_m .

интервале 0,083–0,917. Но в большинстве случаев k и $j_{пл}$ ближе к нижней границе интервала [Коновалов, 1997].

Для выявления общих условий реализации пластического или хрупкого разрушения подставим в (2) $j_{хр} \approx 0,5j_{пл}$ и приведем их формулы (12) и (2) к сопоставимому виду: $A = j_{пл} \ln(\tau_0/\tau_{дл}) = \ln(P_m/P)$ и $B = j_{пл} \ln(\tau_0/\tau_{дл}) = 2(1 - P/P_m)$. Величина P_m в выражении А равна $P_{м.пл.}$, а в выражении Б – $P_{м.с.}$. Зависимости А и Б от P/P_m при $T/T_0 = 0,98$ представлены на рис. 3. Анализ рис. 3 показывает, что при температурах существования обычного льда ($T = 273–251$ К), когда T/T_0 мало отличается от 1, и $P/P_m > 0,1$ величины А и Б близки. При $P/P_m \geq 0,2$ хрупкое разрушение наступает раньше, чем достигается $j_{пл}$, при $P/P_m < 0,2$, наоборот, раньше происходит пластическое разрушение. При равенстве А и Б формула (12) идентична (2), если вместо $P_{м.с.}$ подставить $P_{м.пл.}$. Выше показано, что при температурах, близких к эвтектической, когда сопротивляемость плавлению твердой фазы минимальна, $Q_c \approx Q_{пл}/j_{пл}$. Тогда $P_{м.пл.} = Q_{пл}t/T_0(V_{тв} - V_{ж}) \approx Q_c/\gamma \approx P_{м.с.}$, где $\gamma = V_{тв}\varphi$; $\varphi = T_0/t$. При $P/P_{м.пл.} > 0,1$ (особенно при 0,2 и 1) и температурах, близких к $t_{э} \approx -22$ °С, хрупкое разрушение наступает одновременно с деформацией $j_{пл}$, вязкость не успевает включиться в сопротивление разрушению. Возможно, с этим связаны аварии на ледовых переправах через реки в средней полосе России зимой 2005/06 г., когда наблюдались аномально низкие температуры воздуха (до -30 °С и ниже): тяжелая техника уходила под лед на переправах, исправно работающих в более теплые зимы (по сообщениям СМИ).

Установлено, в том числе для мерзлых грунтов [Вялов, 1978; Роман, 1987], что зависимость относительной скорости деформации v от T и P на линейной стадии ползучести является “зеркальным” отображением той же зависимости $\tau_{пл}$ (примерно обратна ей: $v = 1/\tau_{дл}$, $v_0 = 1/\tau_0$). Подставив эти равенства в (12), получим

$$v = v_0(Pk/t)^{1/j_{пл}}. \quad (13)$$



Но строго говоря, v зависит от τ в течение всего процесса деформирования, постепенно уменьшаясь до предельной величины, ниже которой изменение скорости не превышает некоторого допустимого значения или меньше погрешности измерительной аппаратуры, и где ее условно принимают постоянной (линейная ползучесть).

Взяв в (12) производную $j_{пл}$ по $\tau_{пл}$, находим эту зависимость:

$$v = dj/d\tau = -j_{пл}/[\tau \ln(t/kP)]. \quad (14)$$

Предельная (предразрушительная), минимальная скорость деформации определяется по формуле (14) при $\tau = \tau_{пл}$. Она соответствует переходу затухающей ползучести в незатухающую с прогрессирующим увеличением скорости деформации. Причем этот переход обязателен, так как время существования твердого тела, согласно кинетической концепции прочности, всегда конечно.

Время и деформацию в (14) следует отсчитывать от реальных, поддающихся измерению минимумов этих величин – τ_1 и j_1 .

Интегрируя (14) в пределах $\tau - \tau_1$ и $j - j_1$, получаем формулу хода j на участке затухающей ползучести:

$$(j - j_1) = K \ln(\tau/\tau_1), \quad (15)$$

где $K = (j_{пл} - j_1)/\ln(\tau_{пл}/\tau_1)$; $\tau_{пл}$ – долговечность, определяемая из (12).

На рис. 4 приведены примеры сравнения результатов испытаний (точки) супеси на одноосное сжатие (a – опыты С.Э. Городецкого и Е.П. Шушериной при $t = -20$ °С, по С.С. Вялову [1978, с. 162, рис. 5.14, в]; b – опыты Л.Т. Роман [1987, с. 62, рис. 3.1, б] при $t = -4,5$ °С) с кривыми ползучести, рассчитанными по формуле (15) при $\tau_1 = 0,25$ ч. На рис. 4 видно их хорошее совпадение.

Расчеты по предлагаемым формулам показывают в общем удовлетворительную сходимость с результатами опытов [Коновалов, 2002]; пре-

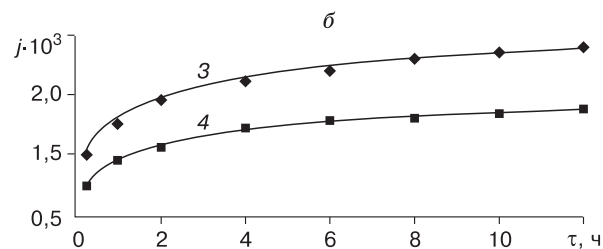


Рис. 4. Кривые ползучести, рассчитанные по формуле (15), и экспериментальные данные (точки), по С.С. Вялову [1978] и Л.Т. Роман [1987] (a и b соответственно):

1 – $P = 6,8$ МПа, $j_1 = 0,04$, $K = 0,0024$; 2 – $P = 6$ МПа, $j_1 = 0,03$, $K = 0,0014$; 3 – $P = 0,7$ МПа, $j_1 = 0,0015$, $K = 0,00047$; 4 – $P = 0,6$ МПа, $j_1 = 0,001$, $K = 0,00033$.

дельная деформация в опытах близка к $j_{пл} = 0,083$, но всегда несколько больше – колеблется в диапазоне 0,10–0,16, что совпадает с данными С.С. Вялова [1978]. Расхождение вызвано тем, что целостность мерзлого грунта обеспечивают не только ледяные, но и другие связи. Кроме того, в концептуальную формулу (1), как и в (12), входят объемные затраты фазового тепла, а получены эти формулы в основном из анализа испытаний на одноосные разрыв или сжатие. Следовательно, под $j_{пл}$ в (12) нужно понимать некую эффективную продольную деформацию $j'_{пл}$, учитывающую неравномерное изменение объема тела при одностороннем сжатии (или растяжении) при фазовых переходах. Увязка фиксируемой в опытах продольной деформации с объемной осуществляется по формуле

$$j'_{пл} = j_{пл} / [3(1-2\mu)], \quad (16)$$

полученной из известного соотношения между модулями объемной и продольной упругости и коэффициентом Пуассона μ . Коэффициент Пуассона пресноводного льда, по разным данным [Савельев, 1991; Шавлов, 1996], колеблется от 0,33 до 0,38. Тогда множитель к величине изменения объема при оттаивании льда в (16), переводящий его в продольную деформацию, составляет 1,0–1,39, а $j'_{пл} = 0,083 - 0,120$.

ДОЛГОВЕЧНОСТЬ МЕРЗЛОГО ГРУНТА И ЛЬДА ПРИ $t < -22^\circ\text{C}$

Фактических данных о прочности мерзлых грунтов при $t < -22^\circ\text{C}$ недостаточно, чтобы делать репрезентативные системные обобщения. Поэтому изложенные ниже соображения являются гипотетическими, а количественные оценки – сугубо ориентировочными.

Наиболее полно состояние этого вопроса с уточнением ряда особенностей разрушения мерзлых грунтов и льда при одноосном сжатии изложено в работе [Ершов и др., 1996]. В частности, показано близкое к линейному увеличение прочности с понижением температуры до -90°C и вязкохрупкий характер разрушения, что отвечает схеме на рис. 1, в. Некоторые закономерности и предельные величины можно вывести и из общих соображений. Так, из рис. 2 и проведенного выше анализа условий фазового равновесия воды и льда следует, что в области $t < t_3$ и $P > P_3$ при одноосном растяжении, совпадающем с направлением деформации оттаивания (как у “нормальных” материалов), возможно только хрупкое разрушение, для описания которого применима формула (1). При одноосном сжатии и $t < -22^\circ\text{C}$ хрупкому (хрупковязкому) разрушению предшествует вязкая деформация. Для такого разрушения надо

преодолеть энергию атомных связей в плоскости концентрации напряжения, равную средней энергии колебаний атомов BT . В то же время энергия “разжижения” связей, согласно (8), (9), равна $Q_{пл}t/T_0$. Из условия хрупковязкого разрушения $Q_{пл}t/T_0 < BT$ с учетом $Q_{пл}/(BT_0) \approx 2$ находим температуру начала работы этого механизма $T_{в.р} \approx 0,5T_0$ или $t_{в.р} \approx -137^\circ\text{C}$. Для хрупковязкого разрушения применима формула (1), но вместо Q_c надо подставить $Q_{и} = Q_c - Q_{пл}$, так как часть внутренней энергии тела $Q_{пл}$ израсходована на деформацию $j_{пл}$ (утрату упругости формы). Впрочем, учитывая логарифмическую точность формулы (1) и малую разницу между Q_c и $Q_{и}$ – менее 10 %, это почти не отразится на расчете.

Отмечается сходство поведения нагруженных мерзлых грунтов в области вязкого деформирования с идеальными газами [Вялов, 1978]. Тогда в этой области действительны линейные пропорции между параметрами (а)–(в), из которых (в частности, из (б)) следует, что $t = -137^\circ\text{C}$ отвечает деформация $j = 0,5$, а $t = -22^\circ\text{C}$ – деформация $j = j_{пл}$. Промежуточные деформации j_i вычисляются по формуле $(j_i - 0,083)/(0,5 - 0,083) = (251 - T)/(251 - 137) = (2,4j - 0,2)/(2,2 - 0,0088T)$.

При $t = -22$ и -137°C (251 и 137 К) долговечности мерзлого грунта τ_{22} и τ_{137} определяются по формулам (12) и (1) соответственно. Учитывая логарифмическую связь относительной долговечности с определяющими факторами, в первом приближении допускаем линейное распределение логарифмов относительных долговечностей между этими температурами. Тогда для промежуточных долговечностей справедлива формула

$$\tau_{дл} = \tau_{22}(\tau_{137}/\tau_{22})^{2,2 - 0,0088T}.$$

ЭМПИРИЧЕСКАЯ ФОРМУЛА ДОЛГОВЕЧНОСТИ

Нетрудно доказать, что справедливость формулы (12), как (1), (2) и других, не нарушится, если вместо мгновенных значений долговечности и прочности взять в качестве базовых (начальных) первую замеренную пару τ_1 и P_1 , придавая им статус условно-мгновенных долговечности и прочности. Кроме того, в инженерных расчетах вместо теоретического значения предельной деформации, равной $j_{пл}$, целесообразно брать ее фактическое значение $j_{пр}$, установленное в процессе стандартных испытаний на ползучесть. Тогда (12) приобретает простой, удобный для расчетов вид

$$P_2 = P_1(\tau_2/\tau_1)^{j_{пр}}. \quad (17)$$

В таблице приведены примеры хорошего совпадения фактических данных с расчетами по

Фактические (P_{Φ}) и вычисленные ($P_{(12)}$, $P_{(17)}$) по формулам (12) и (17) сопротивления мерзлого грунта сдвигу при разной долговечности ($\tau_{дл}$)

| $\tau_{дл}$, МИН | P_{Φ} | $P_{(12)}$ | $P_{(17)}$ | P_{Φ} | $P_{(12)}$ | $P_{(17)}$ |
|-------------------|------------------|------------|------------|------------------|------------|------------|
| | МПа | | | МПа | | |
| | $j_{пл} = 0,1$ | | | $j_{пл} = 0,095$ | | |
| 30 | 0,37 | 0,37 | 0,37 | 0,45 | 0,45 | 0,45 |
| 60 | 0,35 | 0,35 | 0,34 | 0,43 | 0,43 | 0,42 |
| 120 | 0,33 | 0,32 | 0,32 | 0,40 | 0,40 | 0,40 |
| 180 | – | 0,31 | 0,31 | 0,39 | 0,39 | 0,39 |
| 520 | – | 0,29 | 0,29 | 0,35 | 0,35 | 0,35 |
| | $j_{пл} = 0,128$ | | | $j_{пл} = 0,124$ | | |
| 42 | 0,44 | 0,45 | 0,45 | 0,51 | 0,55 | 0,55 |
| 60 | 0,40 | 0,43 | 0,42 | 0,49 | 0,52 | 0,49 |
| 222 | 0,37 | 0,36 | 0,36 | 0,45 | 0,50 | 0,42 |
| 420 | 0,34 | 0,33 | 0,33 | 0,44 | 0,42 | 0,38 |
| 600 | 0,31 | 0,32 | 0,31 | 0,43 | 0,41 | 0,37 |

формулам (12) и (17). В качестве фактических данных использовались результаты экспериментов А.П. Кардымона и Ю.Я. Велли с В.Н. Ивановым, сведенные и обработанные в работе [Коновалов, 2002]. В первом случае определялись сопротивления мерзлого песка сдвигу по боковой поверхности металлических моделей свай прямоугольного и квадратного сечения (верхняя часть таблицы) при $t = -1,3$ °С, во втором – то же для круглых металлических и бетонных моделей свай (нижняя часть таблицы), замороженных в суглинок, при $t = -4,5$ °С. Вычисленные $j_{пл}$ в этих четырех вариантах равны 0,1, 0,095, 0,128, 0,124.

Оттаивание мерзлых грунтов (плавление ледяных связей) при обычных температурах в силовом отношении соответствует их сжатию, плавление большинства других (“нормальных”) твердых тел – растяжению. В основных рассмотренных моделях векторы механической деформации и деформации за счет фазовых превращений совпадают, усугубляя процесс разрушения, придавая ему резонансный характер. При сжатии мерзлых грунтов, что близко к условиям их работы в качестве оснований инженерных сооружений, происходит их оттаивание и вторичное, фазовое сжатие, при растяжении “нормальных” твердых тел – сублимация (плавление + испарение) и вторичное, фазовое растяжение.

Причиной разрушения мерзлого грунта при растяжении, на первый взгляд, не может быть плавление льда, поскольку при увеличении объема льдистость, наоборот, возрастает (за счет замораживания связанной воды). Но продольное (одноосное) растяжение ледяного тела сопровождается его сжатием и соответственно плавлением в поперечном направлении, в области максимального

сужения и концентрации напряжения – в “шейке”, по центральному сечению которой и происходит разрыв (см. рис. 1, e). Это сечение является осевой плоскостью поперечной симметрии, где поле напряжений и деформаций такое же, как в радиально сжимаемом бесконечном цилиндре, т. е. сводится к одномерному, когда радиальная деформация равна квадратному корню из объемной. Следовательно, 8–10-процентное сокращение объема, необходимое для “разжижения” ледяных связей, соответствует 3–3,5-процентному уменьшению радиуса цилиндра. Анализ экспериментальных данных [Вялов, 1978; Роман; 1987, 2002] показал, что при продольном растяжении образцов мерзлого грунта связь длительной прочности и долговечности также описывается эмпирической формулой (16) с величиной $j_{пл}$, изменяющейся примерно в том же диапазоне, что и при продольном сжатии [Коновалов, 1992]. Это означает, что при одноосных растяжении и сжатии разрушение мерзлого грунта наступает при значениях продольной деформации, близких к 0,1 (при растяжении $j_{пл}$ несколько выше, чем при сжатии).

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выделяются два основных вида (механизма) разрушения твердого тела: медленное, проявляющееся через постепенное увеличение внешней деформации, и скачкообразное, хрупкое, развивающееся за счет внутреннего трещинообразования. Первое завершается переходом в жидкообразное состояние, второе – раскрытием трещин и распадом на части. Оба механизма связаны с фазовыми переходами грунтовой влаги. Первый механизм, типичный для мерзлых грунтов и льда, работает около точки плавления, второй, сублимационный – вдали от нее. Хрупкое разрушение начинается при нагрузках порядка 0,1 от мгновенной прочности и более. Эти механизмы поразному проявляются при температурах выше и ниже –22 °С. В первом случае преобладает упруго-пластическая деформация, а при раскрытии трещин (хрупкое разрушение) восстанавливаются форма и объем. Во втором случае имеет место пластично-вязкая деформация, а при раскрытии трещин (хрупковязкое разрушение) восстанавливается объем.

Предлагаемые формулы (2), (12), (15), (16) и другие составляют полное описание единого процесса деформирования и разрушения мерзлого грунта под постоянной нагрузкой, пригодное для определения как прочности и долговечности, так и деформации как функции времени для обоих типов разрушения, в том числе при низких температурах. Все рассуждения и выкладки, связанные с их выводом, особенно касающиеся основного решения (12), важны как теоретическое

обоснование связи деформации с долговечностью и фазовым равновесием и дают возможность количественного описания этого единства. В инженерной практике для расчета долговечности и длительной прочности вместо (12) целесообразно (проще и надежнее) использовать формулу (17), представляющую собой обычную линейную интерполяцию в логарифмическом масштабе, для которой достаточно знать не менее двух значений соответствующих пар P и τ .

Литература

- Вялов С.С.** Реологические основы механики грунтов. М., Высш. шк., 1978, 448 с.
- Головкин М.Д.** Обзор современных математических моделей промерзания влажных грунтов // Термодинамические аспекты механики мерзлых грунтов. М., Наука, 1988, с. 48–67.
- Ершов Э.Д., Брушков И.П., Кулешов Ю.В., Смирнов И.С.** Прочность на одноосное сжатие мерзлых пород при низких отрицательных температурах // Материалы 1-й конф. геокриологов России. М., Изд-во Моск. ун-та, 1996, кн. 2, с. 205–214.
- Коновалов А.А.** Прочностные свойства мерзлых грунтов при переменной температуре. Новосибирск, Наука, 1992, 93 с.
- Коновалов А.А.** Параметры фазового равновесия мерзлых грунтов // Итоги фундаментальных исследований криосферы Земли. Новосибирск, Наука, 1997, с. 234–240.
- Коновалов А.А.** О деформации и разрушении мерзлых грунтов // Криосфера Земли, 2002, т. VI, № 4, с. 54–62.
- Регель В.Р., Слуцкер А.И., Томашевский Э.Е.** Кинетическая природа прочности твердых тел. М., Наука, 1974, 560 с.
- Роман Л.Т.** Мерзлые торфяные грунты как основания инженерных сооружений. Новосибирск, Наука, 1987, 193 с.
- Роман Л.Т.** Механика мерзлых грунтов. М., Наука, 2002, 426 с.
- Савельев Б.А.** Гляциология. М., Изд-во Моск. ун-та, 1991, 288 с.
- Справочник химика.** Л., Химия, 1969, т. 3, 1005 с.
- Фрадкин Б.З.** Белые пятна безбрежного океана. М., Недра, 1983, 94 с.
- Шавлов А.В.** Лед при структурных превращениях. Новосибирск, Наука, 1996, 188 с.

*Поступила в редакцию
5 апреля 2007 г.*