

ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ В КРИОСФЕРЕ

УДК 624.139

ТЕПЛОМАССОПЕРЕНОС
В ВЕРТИКАЛЬНОМ ПАРОЖИДКОСТНОМ ТЕРМОСИФОНЕ

Г.В. Аникин, Л.С. Поденко, В.Н. Феклистов

Институт криосферы Земли СО РАН, 625000, Тюмень, а/я 1230, Россия, anikin@ikz.ru

Построена модель тепломассопереноса в парожидкостном термосифоне, основанная на решении уравнений газовой и гидродинамики в изоэнтропном приближении. Получены аналитические выражения для зависимости температуры хладагента и мощности термостабилизатора от радиуса промерзания. Выполнены расчеты холодопроизводительности термостабилизатора.

Термосифон, тепломассоперенос, мерзлые грунтовые основания

HEAT AND MASS TRANSFER IN UPRIGHT VAPOUR-LIQUID THERMOSYPHON

G.V. Anikin, L.S. Podenko, V.N. Feklistov

Earth Cryosphere Institute SB RAS, 625000, Tyumen, P/O box 1230, Russia, anikin@ikz.ru

The model of heat and mass transfer in vapour-liquid thermosyphon was developed based on the solution of gaseous and hydrodynamics equations in isoentropic approximation. The analytical expressions of the dependences of the refrigerant temperature and the thermostabilizer capacity on the radius of frost penetration were obtained. The calculations of the refrigerating capacity of the thermostabilizer were fulfilled.

Thermosyphon, heat and mass transfer, frozen foundation bed

Парожидкостные термосифоны находят широкое применение в северном строительстве для термостабилизации грунтов оснований [Макаров, 1985; Совершенствование..., 1996; Долгих и др., 2008б]. Обоснование эффективности технических

решений с использованием парожидкостных термосифонов требует проведения самосогласованных теплотехнических расчетов системы “атмосфера–термосифон–инженерное сооружение–грунт” с учетом криогенных физико-химических процессов, протекающих в грунте [Kolunin, Kolunin, 2006].

Используемые в настоящее время в расчетах модели тепломассопереноса внутри термосифона основаны на полуэмпирических оценках параметров тепло- и массообмена хладагента при заданных граничных условиях [Пиоро и др., 1991; Макаров, 1985; Совершенствование..., 1996]. Указанный подход позволяет находить связь между отдельными теплофизическими параметрами термосифона и заданными внешними условиями, но при этом не учитывает комплексное взаимное влияние теплофизических показателей термосифона, атмосферы, грунта.

В данной работе предпринята попытка построить более универсальную модель тепломассопереноса в парожидкостном термосифоне, основанную на решении уравнений газовой и гидродинамики.

Рассмотрим процессы тепломассопереноса в вертикально расположенном термостабилизаторе (рисунок). Цилиндрическую систему координат

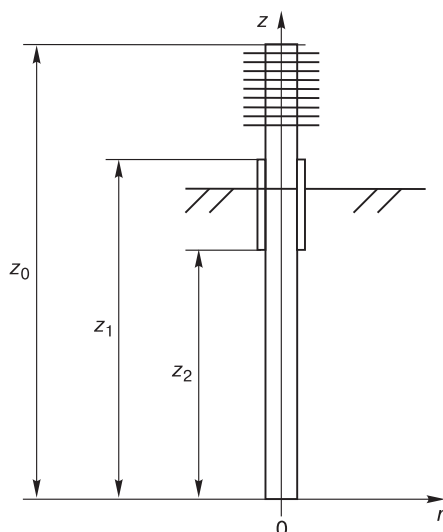


Схема парожидкостного термосифона.

© Г.В. Аникин, Л.С. Поденко, В.Н. Феклистов, 2009

расположим так, чтобы ее центр находился на оси термостабилизатора.

В качестве первого приближения рассмотрим изохэнтропное течение пара в трубе стабилизатора над хладагентом. В этом случае энтропия вдоль линий тока сохраняется [Вукалович, Новиков, 1972]. Следовательно, можно записать уравнение Бернулли в виде

$$c_p T + \frac{V^2}{2} + gz = \text{const}, \quad (1)$$

где c_p – удельная теплоемкость пара при постоянном давлении; T – температура, К; V – скорость пара; g – ускорение свободного падения; z – продольная цилиндрическая координата.

Пусть ρ – плотность пара, V_r, V_z – радиальная и продольная компоненты скорости пара, тогда можно ввести потоки массы J_r и J_z , которые задаются выражениями

$$J_r = \rho V_r, \quad J_z = \rho V_z \quad (2)$$

и удовлетворяют уравнению непрерывности:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial(rJ_r)}{\partial r} + \frac{\partial J_z}{\partial z} = 0. \quad (3)$$

Здесь r – радиальная цилиндрическая координата. Кроме того, на границе пара и пленки жидкого хладагента должно выполняться условие

$$J_r h = \rho V_r h = q_r,$$

где q_r – удельный поток тепла, перпендикулярный к границе; h – скрытая теплота парообразования (конденсации).

Вычислим скорость пара на входе в конденсатор. Поскольку весь пар, конденсируясь, отдает в единицу времени тепло Q , можно записать выражение

$$\rho V_z \pi a^2 h = Q, \quad V_z = \frac{Q}{\rho \pi a^2 h}, \quad (4)$$

где a – внутренний радиус трубы термостабилизатора.

Расчет V_z по формуле (4) для аммиака и двуокиси углерода в зависимости от температуры пара и мощности, отдаваемой в атмосферу, показывает, что квадрат скорости много меньше, чем ускорение свободного падения, умноженное на длину термостабилизатора (порядка 10–15 м). Поэтому выражение (1) можно записать в виде

$$c_p T + gz = \text{const}.$$

Следовательно,

$$\Delta T = \frac{g \Delta z}{c_p},$$

где ΔT – перепад температур в термостабилизаторе на расстоянии Δz . Поскольку в системе СИ c_p порядка 10^3 , а $g \Delta z$ порядка 10^2 , то для испарителя,

длина которого не превышает 10 м, перепад температур ΔT в изохэнтропной модели составляет порядка десятой доли градуса, и, следовательно, температуру хладагента можно считать постоянной по всему объему термостабилизатора. При этом плотность ρ и давление пара p равны плотности и давлению насыщенного пара и зависят от температуры хладоносителя.

Решение уравнения (3) с учетом (2) может быть выражено через тепловой поток на внутренней стороне трубки термостабилизатора $q_r(a, z)$:

$$J_r(r, z) = \frac{r}{ha} q_r(a, z), \quad J_z(z) = \frac{2}{ha} \int_z^{z_0} q_r(a, z') dz',$$

где z_0 – координата верхней части оребренной поверхности.

Рассмотрим движение пленки по внутренней стенке термостабилизатора. Средняя скорость пленки $V_{ж}$, как следует из работы [Кутателадзе, 1979], задается выражением

$$V_{ж} = \frac{g \delta_{ж}^2 (\rho_{ж} - \rho)}{3 \eta_{ж}}, \quad (5)$$

где $\rho_{ж}, \eta_{ж}$ – плотность и динамическая вязкость жидкого хладагента соответственно; $\delta_{ж}$ – средняя толщина пленки жидкого хладагента под оребренной поверхностью. Из соотношения (5) легко найти суммарный поток жидкого хладагента $I_{ж}$:

$$I_{ж} = 2 \pi a \delta_{ж} \rho_{ж} V_{ж} = \frac{g \delta_{ж}^3 (\rho_{ж} - \rho) \rho_{ж} 2 \pi a}{3 \eta_{ж}}. \quad (6)$$

В стационарном случае, очевидно, должно выполняться условие

$$I_{ж} = J_z \pi a^2, \quad (7)$$

так как J_z в рамках данной модели от r не зависит. Следовательно,

$$I_{ж}(z) = \frac{2 \pi a}{h} \int_z^{z_0} q_r(a, z') dz'. \quad (8)$$

Сравняя (8) и (6), получаем

$$\delta_{ж}^3(z) = \frac{3 \eta_{ж}}{g (\rho_{ж} - \rho) \rho_{ж} h} \int_z^{z_0} q_r(a, z') dz'. \quad (9)$$

Локальный тепловой поток на внутренней стороне трубки на оребренной поверхности $q_r(a, z)$ с учетом термического сопротивления стенки трубы, оребрения и жидкой пленки записывается в виде

$$q_r(a, z) = \frac{\lambda_{ж} (t_{хл} - t_a)}{\delta_{ж} + aC}, \quad (10)$$

где $\lambda_{ж}$ – коэффициент теплопроводности жидкого хладагента; t_a – температура атмосферы; $t_{хл}$ –

температура хладагента. Величина C задается следующим выражением:

$$C = \frac{\lambda_{\text{ж}}}{\lambda_{\text{ст}}} \ln\left(\frac{b}{a}\right) + \frac{\lambda_{\text{ж}}}{\lambda} \left(\ln\left(\frac{r_1}{b}\right) - \frac{1}{F} \right),$$

где λ – коэффициент теплопроводности металла, из которого изготовлены ребра; $\lambda_{\text{ст}}$ – коэффициент теплопроводности металла, из которого изготовлена трубка термостабилизатора; b – внешний радиус трубы термостабилизатора; F – функция геометрических параметров оребренной поверхности, определенная в работе [Долгих и др., 2008а].

Продифференцировав обе части выражения (9) по z , с учетом (10) получаем

$$\delta_{\text{ж}}^2 \frac{d\delta_{\text{ж}}}{dz} = - \frac{\lambda_{\text{ж}} \eta_{\text{ж}} (t_{\text{хл}} - t_{\text{а}})}{\rho_{\text{ж}} (\rho_{\text{ж}} - \rho) gh (\delta_{\text{ж}} + aC)}.$$

Решение данного дифференциального уравнения записывается в виде

$$\frac{\delta_{\text{ж}}^4}{4} + \frac{\delta_{\text{ж}}^3 Ca}{3} = \frac{\lambda_{\text{ж}} \eta_{\text{ж}} (t_{\text{жл}} - t_{\text{а}}) (z_0 - z)}{gh \rho_{\text{ж}} (\rho_{\text{ж}} - \rho)}. \quad (11)$$

Уравнение (11) имеет единственный положительный корень:

$$\delta_{\text{ж}}(z) = -\frac{4aC}{3} \left(\frac{1}{4} + \sqrt{\frac{x_0}{2} + \frac{1}{4}} - \sqrt{\left(\frac{1}{4} + \sqrt{\frac{x_0}{2} + \frac{1}{4}} \right)^2 - \frac{x_0}{2} + \sqrt{d + \frac{x_0^2}{4}}} \right), \quad (12)$$

где безразмерные параметры d и x_0 задаются выражениями

$$d = \frac{3^4 \eta_{\text{ж}} \lambda_{\text{ж}} (t_{\text{хл}} - t_{\text{а}}) (z_0 - z)}{4^3 C^4 g h a^4 (\rho_{\text{ж}} - \rho) \rho_{\text{ж}}},$$

$$x_0 = \sqrt[3]{\frac{-d}{2} + \sqrt{\frac{d^2}{4} + \frac{64d^3}{27}}} + \sqrt[3]{\frac{-d}{2} - \sqrt{\frac{d^2}{4} + \frac{64d^3}{27}}}. \quad (13)$$

Если ниже оребренной поверхности имеется небольшой участок теплоизолированной трубы, то изменением толщины пленки на его протяжении можно пренебречь, поскольку тепловой поток здесь мал. Следовательно, толщина пленки на выходе из конденсатора ($\delta_{\text{к}}$) находится из выражения (12) подстановкой $z = z_0 - L_{\text{оп}}$, где $L_{\text{оп}}$ – длина оребренной части термостабилизатора:

$$\delta_{\text{к}} = \delta_{\text{ж}}(z). \quad (14)$$

Если в выражении (11) полагать $C = 0$, то получим хорошо известную формулу [Кутателадзе, 1979]:

$$\delta_{\text{ж}}(z) = \sqrt[4]{\frac{4\lambda_{\text{ж}} \eta_{\text{ж}} (t_{\text{хл}} - t_{\text{а}}) (z_0 - z)}{gh (\rho_{\text{ж}} - \rho) \rho_{\text{ж}}}}. \quad (15)$$

Так как при $C = 0$ величины термического сопротивления стенки и оребрения равны нулю, то температура стенки равна температуре атмосферы. Однако при расчете теплофизических параметров парожидкостных термосифонов использовать выражение (15) нельзя, поскольку второй член в левой части уравнения (11), как правило, значительно больше первого.

Из уравнения (9) следует, что тепловой поток Q от конденсатора записывается в виде

$$Q = \frac{2\pi a g h \delta_{\text{к}}^3 \rho_{\text{ж}} (\rho_{\text{ж}} - \rho)}{3\eta_{\text{ж}}},$$

а параметр теплопередачи от одного погонного метра оребренной поверхности $\bar{H}_{\text{оп}}$ дается выражением

$$\bar{H}_{\text{оп}} = \frac{Q}{L_{\text{оп}} (t_{\text{хл}} - t_{\text{а}})} = \frac{2\pi a g \delta_{\text{к}}^3 \rho_{\text{ж}} (\rho_{\text{ж}} - \rho)}{3\eta_{\text{ж}} L_{\text{оп}} (t_{\text{хл}} - t_{\text{а}})}. \quad (16)$$

Рассчитаем теперь процессы, происходящие в испарителе. Толщина пленки в испарителе может быть выражена через тепловой поток на внешней стенке испарителя. Используя соотношение (9) и учитывая, что тепловым потоком от теплоизолированной части термостабилизатора можно пренебречь, для координаты z в испарителе получаем

$$\delta_{\text{исп}}^3(z) = \frac{3\eta_{\text{ж}}}{g(\rho_{\text{ж}} - \rho)\rho_{\text{ж}}h} \left(\int_{z_1}^{z_0} q_r(a, z') dz' + \int_z^{z_2} q_r(a, z') dz' \right).$$

Здесь z_1, z_2 – координаты верхней и нижней границ теплоизолированной части термостабилизатора соответственно. Поскольку выполняются соотношения

$$\delta_{\text{к}}^3 = \frac{3\eta_{\text{ж}}}{g(\rho_{\text{ж}} - \rho)\rho_{\text{ж}}h} \int_{z_1}^{z_0} q_r(a, z') dz',$$

$$q_r(a, z) a = q_r(b, z) b,$$

то толщина пленки в испарительной зоне ($\delta_{\text{исп}}$) может быть выражена через тепловой поток на границе стенки испарителя и грунта $q_r(b, z)$:

$$\delta_{\text{исп}}^3(z) = \delta_{\text{к}}^3 - \frac{b3\eta_{\text{ж}}}{ag(\rho_{\text{ж}} - \rho)\rho_{\text{ж}}h} \left(\int_z^{z_2} |q_r(b, z')| dz' \right).$$

Здесь толщина пленки выражена через модуль теплового потока, поскольку тепловой поток в испарителе в рассматриваемой системе координат отрицателен. Прямые вычисления показывают, что перепад температур между грунтом на внешней поверхности испарителя и хладагентом составляет сотые доли градуса, поэтому можно записать

$$t_{\text{тр}}(b, z) = t_{\text{хл}} \quad (17)$$

Полный тепловой поток, отдаваемый атмосфере, равен

$$Q = \bar{H}_{\text{оп}} L_{\text{оп}} (t_{\text{хл}} - t_a) = \bar{H}_{\text{оп}} L_{\text{оп}} (t_{\text{гр}} - t_a). \quad (18)$$

Кроме того, в испаритель входит поток $Q_{\text{исп}}$:

$$Q_{\text{исп}} = 2\pi b \int_0^{z_2} \left(-\lambda_{\text{гр}} \frac{\partial t_{\text{гр}}(b, z)}{\partial r} \right) dz, \quad (19)$$

где $\lambda_{\text{гр}}$ – коэффициент теплопроводности грунта. Из (18) следует, что

$$Q_{\text{исп}} = F_{\text{исп}} \left(-\lambda_{\text{гр}} \frac{\partial \bar{t}_{\text{гр}}}{\partial r} \right).$$

Здесь $F_{\text{исп}}$ – площадь испарителя; $\bar{t}_{\text{гр}}$ – среднее значение температуры на границе грунта и испарителя, равное

$$\bar{t}_{\text{гр}} = L_{\text{исп}}^{-1} \int_0^{z_2} t_{\text{гр}}(b, z) dz$$

($L_{\text{исп}}$ – длина испарителя). Из теплового баланса вытекает, что суммарный поток, проходящий через термостабилизатор, равен нулю. Следовательно,

$$H_p (\bar{t}_{\text{гр}} - t_a) - \lambda_{\text{гр}} \frac{\partial \bar{t}_{\text{гр}}}{\partial r} = 0 \text{ при } r = b,$$

где H_p – эффективный коэффициент теплопередачи от грунта к атмосфере, который находится из выражения $H_p = \bar{H}_{\text{оп}} L_{\text{оп}} / F_{\text{исп}}$.

Далее, рассмотрим процессы, происходящие в грунте. Будем считать, что равновесная температура замерзания влаги в грунте равна 0°C . Термическое сопротивление участка от границы мерзлого и талого грунтов до парообразного хладагента R_2 определяется выражением

$$R_2 = \frac{1}{2\pi L_{\text{исп}}} \left(\frac{1}{\lambda_{\text{ж}}} \ln \left(\frac{a}{a - \delta_{\text{ж}}} \right) + \frac{1}{\lambda_{\text{ст}}} \ln \left(\frac{b}{a} \right) + \frac{1}{\lambda_{\text{гр}}} \ln \frac{r_0}{b} \right)$$

где r_0 – радиус промерзания грунта, заданный нулевой изотермой.

Термическое сопротивление термостабилизатора от внешней границы испарителя до парообразного хладагента R_3 дается выражением

$$R_3 = \frac{1}{2\pi L_{\text{исп}}} \left(\frac{1}{\lambda_{\text{ж}}} \ln \left(\frac{a}{a - \delta_{\text{ж}}} \right) + \frac{1}{\lambda_{\text{ст}}} \ln \left(\frac{b}{a} \right) \right)$$

Если принять $\delta_{\text{ж}} = 0,5 \cdot 10^{-4}$ м, $\lambda_{\text{гр}} = 1,6$ Вт/(м·°С), $\lambda_{\text{ст}} = 57$ Вт/(м·°С), $\lambda_{\text{ж}} = 0,54$ Вт/(м·°С) для аммиака, $\lambda_{\text{ж}} = 0,13$ Вт/(м·°С) для двуокиси углерода, $a = 0,013$ м, $b = 0,01685$ м, $r_0 = 0,1$ м, то получим:

$$\frac{R_3}{R_2} = 0,0104, \quad (20)$$

для двуокиси углерода

$$\frac{R_3}{R_2} = 0,0336. \quad (21)$$

Как следует из (20), (21), в испарителе, в отличие от конденсатора, процессы теплопереноса от внешней границы испарителя к парообразному хладагенту на работу термостабилизатора практически не влияют, и она полностью определяется процессами, происходящими в грунте. Мощность, отдаваемая испарителю грунтом, в рамках двумерной задачи записывается следующим образом:

$$Q_{\text{исп}} = \frac{\lambda_{\text{гр}} 2\pi L_{\text{исп}} t_{\text{хл}}}{\ln(r_0/b)}. \quad (22)$$

Поскольку выполняется условие теплового баланса $Q + Q_{\text{исп}} = 0$, из (18) и (22) получаем

$$\bar{H}_{\text{оп}} L_{\text{оп}} (t_{\text{хл}} - t_a) + \frac{\lambda_{\text{гр}} 2\pi L_{\text{исп}} t_{\text{хл}}}{\ln(r_0/b)} = 0.$$

Следовательно,

$$t_{\text{хл}} = t_a \frac{\bar{H}_{\text{оп}} L_{\text{оп}}}{\bar{H}_{\text{оп}} L_{\text{оп}} + \lambda_{\text{гр}} 2\pi L_{\text{исп}} / \ln(r_0/b)}. \quad (23)$$

Учитывая, что $Q = -Q_{\text{исп}}$, и подставляя (22) в (21), получаем

$$Q = -t_a \left/ \left(\frac{1}{\bar{H}_{\text{оп}} L_{\text{оп}}} + \frac{1}{\lambda_{\text{гр}} 2\pi L_{\text{исп}} \ln(r_0/b)} \right) \right. \quad (24)$$

Для примера в табл. 1–4 приведены зависимости мощности термостабилизатора и температуры хладагента от радиуса промерзания, вычисленные по формулам (23), (24). В расчетах использованы следующие параметры: $L_{\text{оп}} = 1,15$ м, $L_{\text{исп}} = 7$ м, $\lambda_{\text{гр}} = 1,6$ Вт/(м·°С), $t_a = -21^\circ\text{C}$ (среднезимняя температура в районе Уренгоя).

Таблица 1. Зависимость мощности (Q , Вт) термостабилизатора, заправленного аммиаком, от радиуса промерзания грунта (R) и скорости ветра (v)

R , м	v , м/с		
	1	3	6
0,1	364	498	568
0,5	261	323	352
1,0	233	281	303
1,5	219	261	279

Таблица 2. Зависимость мощности (Q , Вт) термостабилизатора, заправленного двуокисью углерода, от радиуса промерзания грунта (R) и скорости ветра (v)

R , м	v , м/с		
	1	3	6
0,1	336	443	495
0,5	248	302	327
1,0	222	266	284
1,5	210	248	264

Таблица 3. Зависимость температуры (t , °С) аммиака, заправленного в термостабилизатор, от радиуса промерзания грунта (R) и скорости ветра (v)

R , м	v , м/с		
	1	3	6
0,1	-9,2	-12,6	-14,4
0,5	-12,6	-15,6	-17,0
1,0	-13,5	-16,3	-17,6
1,5	-14,0	-16,6	-17,8

Величина \bar{H}_{op} вычислена по формуле (16), при этом коэффициент теплоотдачи от металлической поверхности к воздуху, входящий в \bar{H}_{op} , рассчитывался согласно [Жонг, 1979]:

$$\alpha = \frac{0,134\lambda_b Re^{0,681} Pr^{0,33} \left(\frac{s}{r_2 - r_1}\right)^{0,2} \left(\frac{2s}{\delta_0 + \delta_1}\right)^{0,113}}{2r_1},$$

где λ_b – коэффициент теплопроводности для воздуха; Pr – число Прандтля; Re – число Рейнольдса; s – расстояние между ребрами; δ_0, δ_1 – толщина ребра у его основания и окончания соответственно; l – длина межреберного интервала; r_1 – внутренний радиус ребра; r_2 – внешний радиус ребра.

Расчеты показывают сильную зависимость тепловой мощности термостабилизатора и температуры хладагента от радиуса промерзания (см. табл. 1–4). В то же время от типа хладагента зависимость слабая. Отсутствие экспериментальных данных по зависимости тепловой мощности термостабилизатора от радиуса промерзания грунта не позволяет провести сравнение полученных результатов с данными эксперимента.

В дальнейшем предполагается модифицировать предлагаемую модель с учетом наклона термостабилизатора и использовать ее для расчета динамики замерзания грунтов и сравнения результатов расчета с имеющимися экспериментальными данными.

Таким образом, в работе представлена изотропная модель тепломассопереноса в вертикальном газожидкостном термосифоне, основанная на решении уравнений газовой и гидродинамики. В рамках данной модели получены аналитические

Таблица 4. Зависимость температуры (t , °С) двуокиси углерода, заправленной в термостабилизатор, от радиуса промерзания грунта (R) и скорости ветра (v)

R , м	v , м/с		
	1	3	6
0,1	-8,5	-11,2	-12,5
0,5	-11,9	-14,6	-15,7
1,0	-12,9	-15,4	-16,5
1,5	-13,4	-15,8	-16,9

выражения для зависимости температуры хладагента и мощности термостабилизатора от радиуса промерзания.

Литература

- Вукалович М.П., Новиков И.И. Темодинамика: Учеб. пособие для вузов. М., Машиностроение, 1972, 672 с.
- Долгих Д.Г., Аникин Г.В., Феклистов В.Н. К расчету оптимальных параметров оребрения парожидкостных термостабилизаторов // Материалы конф. "Криогенные ресурсы полярных и горных регионов. Состояние и перспективы инженерного мерзлотоведения". Тюмень, 2008а, с. 81–82.
- Долгих Г.М., Окунев С.М., Поденко Л.С., Феклистов В.Н. Надежность, эффективность и управляемость систем температурной стабилизации вечномерзлых грунтов оснований зданий и сооружений // Там же, 2008б, с. 34–39.
- Кутателадзе С.С. Основы теории теплообмена. М., Атомиздат, 1979, 600 с.
- Макаров В.И. Термосифоны в северном строительстве. Новосибирск, Наука, 1985, 169 с.
- Пиоро И.Л., Антоненко В.А., Пиоро Л.С. Эффективные теплообменники с двухфазными термосифонами. Киев, Наук. думка, 1991, 370 с.
- Совершенствование систем разработки, добычи и подготовки газа на месторождениях Крайнего Севера / Под ред. Р.И. Вяхирева. М., Наука, 1996, 415 с.
- Уонг Х. Основные формулы и данные по теплообмену для инженеров. М., Атомиздат, 1979, 230 с.
- Kolunin V.S., Kolunin A.V. Heat and mass transfer in saturated porous media with ice inclusions // Intern. J. Heat Mass Transfer, 2006, vol. 49, p. 2514–2522.

Поступила в редакцию
24 августа 2008 г.