

ГИДРАТООБРАЗОВАНИЕ

УДК 622.276.346

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ОБРАЗОВАНИЯ ГИДРАТОВ
В ГАЗОВЫХ СКВАЖИНАХ

К.К. Аргунова, Э.А. Бондарев, И.И. Рожин

Институт проблем нефти и газа СО РАН, 677890, Якутск, ул. Октябрьская, 1, Россия, bondarev@ipng.ysn.ru

Предложена обобщенная математическая модель динамики образования (диссоциации) гидратов в газовых скважинах, основанная на законах сохранения массы и энергии для потока реального газа в рамках трубной гидравлики, в которой учитывается теплообмен с окружающими многолетнемерзлыми породами. Показано, что основными параметрами, определяющими полную закупорку скважин гидратами, являются глубина скважины, пластовые давление и температура, состав газа и мощность многолетней мерзлоты. Приведены примеры реальных ситуаций отбора газа из месторождений различных регионов России.

Добыча газа, образование и отложение гидратов, многолетнемерзлые грунты, математическое моделирование

MATHEMATICAL MODELS OF HYDRATE FORMATION IN GAS WELLS

K.K. Argunova, E.A. Bondarev, I.I. Rozhin

Institute of Oil and Gas Problems, SB RAS, 677890, Yakutsk, Oktyabrskaya str., 1, Russia, bondarev@ipng.ysn.ru

A new mathematical model of hydrate formation (dissociation) in gas production wells has been developed. The model is based on the laws of conservation of mass, momentum and energy of real gas flow in tubes. Its essential part is heat exchange with surrounding permafrost. It has been shown that the dynamics of hydrate layer in well mainly depends on the depth of well, pressure and temperature of gas reservoir, natural gas composition and the depth of permafrost. Real histories of gas production for two regions of Russia have been analyzed.

Gas production, formation and deposition of hydrate, frozen soils, mathematical simulation

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для описания образования и отложения гидратов в скважинах и газопроводах в работе [Бондарев и др., 1982] была предложена квазистационарная математическая модель, в которой движение реального газа в трубах описывается в рамках трубной гидравлики, а динамика образования гидрата – в рамках обобщенной задачи Стефана, в которой температура фазового перехода газ–гидрат существенно зависит от давления в потоке газа. В этой модели уравнения неразрывности, движения и энергии газа сведены к виду

$$\frac{dp}{dx} = -\rho g \sin \varphi - \frac{\sqrt{\pi} \psi M^2}{4 \rho S^{2.5} S_0^{2.5}}, \quad (1)$$

$$\frac{dT}{dx} - \varepsilon \frac{dp}{dx} = \frac{\pi D \alpha}{c_p M} (T_e - T) - \frac{g}{c_p} \sin \varphi, \quad (2)$$

где ρ – плотность газа; g – ускорение свободного падения; c_p – удельная теплоемкость газа; S ,

D – поперечное сечение и диаметр трубы; ε – коэффициент дросселирования; x – координата вдоль оси трубы; p – давление; φ – угол наклона трубы, отсчитываемый от фиксированной горизонтальной плоскости; ψ – коэффициент гидравлического сопротивления; T_e – температура окружающей среды; T – температура газа; α – суммарный коэффициент теплопередачи; $M = \rho v S$ – массовый расход газа, являющийся константой; v – скорость газа; нулевой индекс обозначает начальное состояние.

Плотность газа связана с давлением и температурой уравнением состояния

$$\rho = \frac{p}{zRT}, \quad z = 1 + 0,07 \frac{p}{T} \left(1 - \frac{6}{T^2} \right), \quad \varepsilon = \frac{RT^2}{c_p p} \frac{\partial z}{\partial T}, \quad (3)$$

где R – газовая постоянная; коэффициент несовершенства газа z определяется формулой Бергто, коэффициент дросселирования ε определяется по

следним выражением в (3). Отметим, что в первой формуле в (3) давление и температура отнесены к своим критическим значениям, которые зависят от состава природного газа.

В недавней работе [Хайруллин и др., 2008] эта модель была модифицирована следующим образом. Вместо задания температуры и давления газа на забое скважины эти параметры определялись из решения системы уравнений неизоэнтальпической фильтрации газа [Термогидродинамика..., 1988], а температурное поле окружающих скважину горных пород находилось из численного решения соответствующей задачи теплопроводности, тогда как в работе [Бондарев и др., 1982] эта задача решалась приближенно интегральным методом теплового баланса.

В работе [Бондарев и др., 1982] и последующих публикациях [Термогидродинамика..., 1988; Хайруллин и др., 2008; Бондарев, Аргунова, 2009] уравнение, описывающее изменение площади проходного сечения скважины S , записывалось в виде, который соответствует постоянному значению коэффициента теплопередачи от движущегося в трубе газа к гидратному слою:

$$\frac{dS}{d\tau} = b_2 \frac{T_e - T_{ph}(p)}{1 - b_2 \ln S} - b_1 \sqrt{S} (T_{ph}(p) - T), \quad (4)$$

где $b_1 = \frac{\alpha_1 D_0}{4\lambda_h}$, $b_2 = \frac{\alpha_2 D_0}{4\lambda_h}$; α_1 – коэффициент теплообмена между газом и слоем гидрата; α_2 – коэффициент теплообмена между слоем гидрата и горной породой, в котором учитывается тепловое сопротивление стенок скважины и изменение температурного поля горных пород при ее работе; λ_h – теплопроводность гидрата; безразмерное время $\tau = \frac{\lambda_h T_c}{\rho_h l_h D_0^2} t$; T_c – критическая температура газа; ρ_h – плотность гидрата; l_h – удельная теплота образования гидрата; $T_{ph}(p) = a \ln p + b$ – равновесная температура образования гидрата (в этой формуле эмпирические коэффициенты a, b зависят от состава газа).

Начальные условия для уравнений (1), (2) и (4) сформулируем в виде

$$p(0) = p_0, \quad T(0) = T_0, \quad S(0) = S_0. \quad (5)$$

В настоящей статье эта модель модифицируется на случай зависимости коэффициента α_1 от изменяющейся во времени площади проходного сечения трубы. Для вывода соответствующей зависимости воспользуемся известной полуэмпирической формулой для коэффициента теплопередачи при турбулентном течении газа в трубах [Тео-рия..., 1979]:

$$Nu = 0,023 Pr^{0,43} Re^{0,8}, \quad (6)$$

где $Nu = \frac{\alpha_1 D}{\lambda_g}$, $Pr = \frac{c_p \mu}{\lambda_g}$, $Re = \frac{v D \rho}{\mu}$ – числа Нуссельта,

Прандтля и Рейнольдса соответственно; μ – динамическая вязкость газа; λ_g – теплопроводность газа.

Теперь, используя выражение для массового расхода газа, из формулы (6) получим

$$\frac{\alpha_1 D_0}{\lambda_g} = 0,023 Pr^{0,43} \left(\frac{M_0}{D_0 \mu} \right)^{0,8} \left(\frac{\pi}{4} \right)^{0,1} \frac{M^{0,8}}{S^{0,9}}. \quad (7)$$

Изменяется и алгоритм вычислений. В тех сечениях скважины, где образуется гидратный слой (т. е. где безразмерная величина проходного сечения меньше 1), коэффициент теплообмена в уравнении (2) вычисляется по формуле (7), при этом значение температуры горных пород T_e заменяется на температуру фазового перехода газ – гидрат T_{ph} .

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ И ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Расчеты выполнялись при значениях параметров, соответствующих: 1) Средневилюйскому месторождению Якутии; 2) Мессояхскому месторождению Красноярского края, которые имеют существенно различные пластовые условия и глубины продуктивного горизонта при примерно равной мощности многолетней мерзлоты. Параметры принимают следующие значения:

1) $\alpha = 5,82$ Вт/(м²·К), $R = 520$ Дж/(кг·К), $D = 0,1$ м, $\psi = 0,02$, $\rho_h = 920$ кг/м³, $l_h = 510\,000$ Дж/кг, $\lambda_h = 1,88$ Вт/(м·К), $\lambda_g = 0,0307$ Вт/(м·К), $Pr = 0,886$, $c_p = 2300$ Дж/(кг·К), $\mu = 1,3 \cdot 10^{-5}$ Н·с/м², $p_0 = 240 \cdot 10^5$ Н/м², $T_0 = 323$ К, $T_c = 205,239$ К, $p_c = 46,573 \cdot 10^5$ Н/м², $L = 2550$ м, $T_{e0} = 328$ К, $\Gamma = 0,0256$ К/м,

$$T_e = \begin{cases} T_{e0} - \Gamma x, & 0 < x < L - 400 \text{ м}, \\ 271,15 \text{ К}, & L - 400 \text{ м} < x < L, \end{cases} \quad a = 7,01, \quad b = 178,28;$$

2) $p_0 = 66 \cdot 10^5$ Н/м², $T_0 = 282,91$ К, $T_c = 191,202$ К, $p_c = 46,893 \cdot 10^5$ Н/м², $L = 900$ м, $T_{e0} = 283,15$ К, $\Gamma = 0,024$ К/м, $a = 10,036$, $b = 126,023$, остальные параметры имеют те же значения, что и в первом варианте.

Проанализируем результаты вычислений, выполненных по описанному выше алгоритму. Предварительно заметим, что на начальном этапе вычислялся оптимальный расход газа, соответствующий минимуму тепловых потерь в отсутствие гидратного слоя. Для Средневилюйского месторождения он оказался равным 4,5 кг/с, а для Мессояхского – 2,5 кг/с. В последующем вычисли-

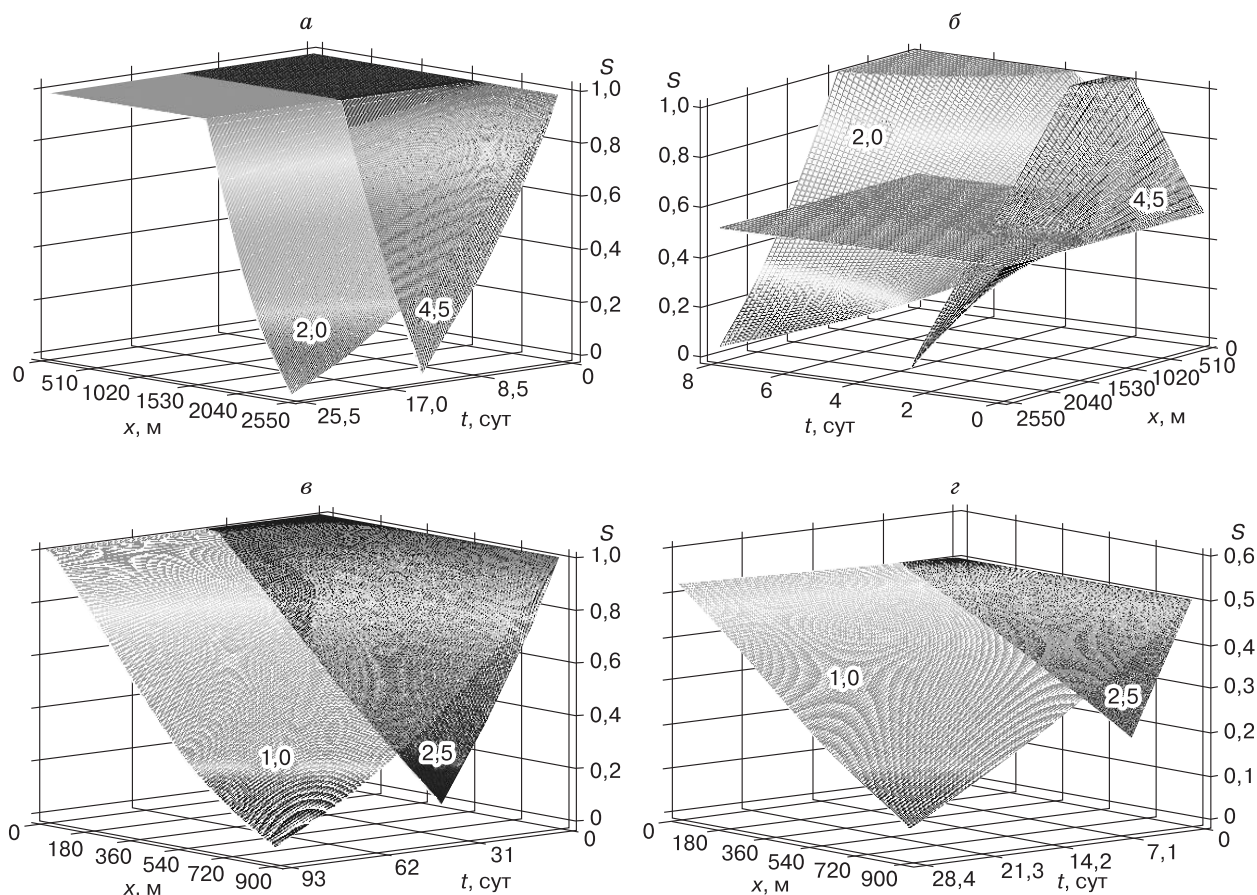


Рис. 1. Изменения площади проходного сечения (S) скважины по глубине (x) и во времени (t) (цифры на поверхностях – значения массового расхода газа M , кг/с):

a, б – Средневилюйское месторождение; *в, г* – Мессояхское месторождение; *a, в* – $S(0) = 1$; *б, г* – $S(0) = 0,5$.

тельном эксперименте варьировались начальные значения свободного сечения скважины и массовый расход.

Проанализируем результаты расчетов, выполненных для первого варианта исходных данных. Рис. 1, *a, б* иллюстрируют изменения площади проходного сечения скважины, рис. 2, *a, б* – изменения температуры газа по глубине для двух значений массового расхода. В начальный момент скважина свободна от гидратов, т. е. $S(0) = 1$. Прежде всего отметим, что с уменьшением массового расхода возрастает длительность процесса полной закупорки скважины гидратами. Для $M = 4,5$ она составляет примерно 13 сут (в модели с постоянным коэффициентом теплопередачи она равна 2 сут [Бондарев, Аргунова, 2009]), а для меньшего расхода – около 25 сут. Этот результат следует из формулы (7), согласно которой коэффициент теплопередачи от газа к гидратному слою растет с увеличением массового расхода. Однако в обоих случаях образование гидратов

начинается примерно на одинаковой глубине. Это можно увидеть, сравнив соответствующие кривые на рис. 2, *a* и рис. 2, *б*. При большом расходе точка пересечения температуры газа (кривые 1 и 2) и равновесной температуры гидратообразования (кривая 3) соответствует глубине $2550 - 1718 = 832$ м, а во втором – $2550 - 1668 = 882$ м. Из рис. 2, *a, б* также видно, что по мере закупорки проходного сечения температура газа понижается, что соответствует резкому падению давления вблизи устья скважины (см. кривые 2). Это объясняется резким уменьшением проходного сечения скважины при остающемся постоянным массовом расходе газа.

Динамика изменения площади проходного сечения оказывается более сложной, если в начальный момент скважина только наполовину свободна от гидратов. На рис. 1, *б* видно, что в нижней части скважины от забоя до глубины примерно $2550 - 1550 = 1000$ м площадь проходного сечения со временем возрастает, и эта часть скважины пол-

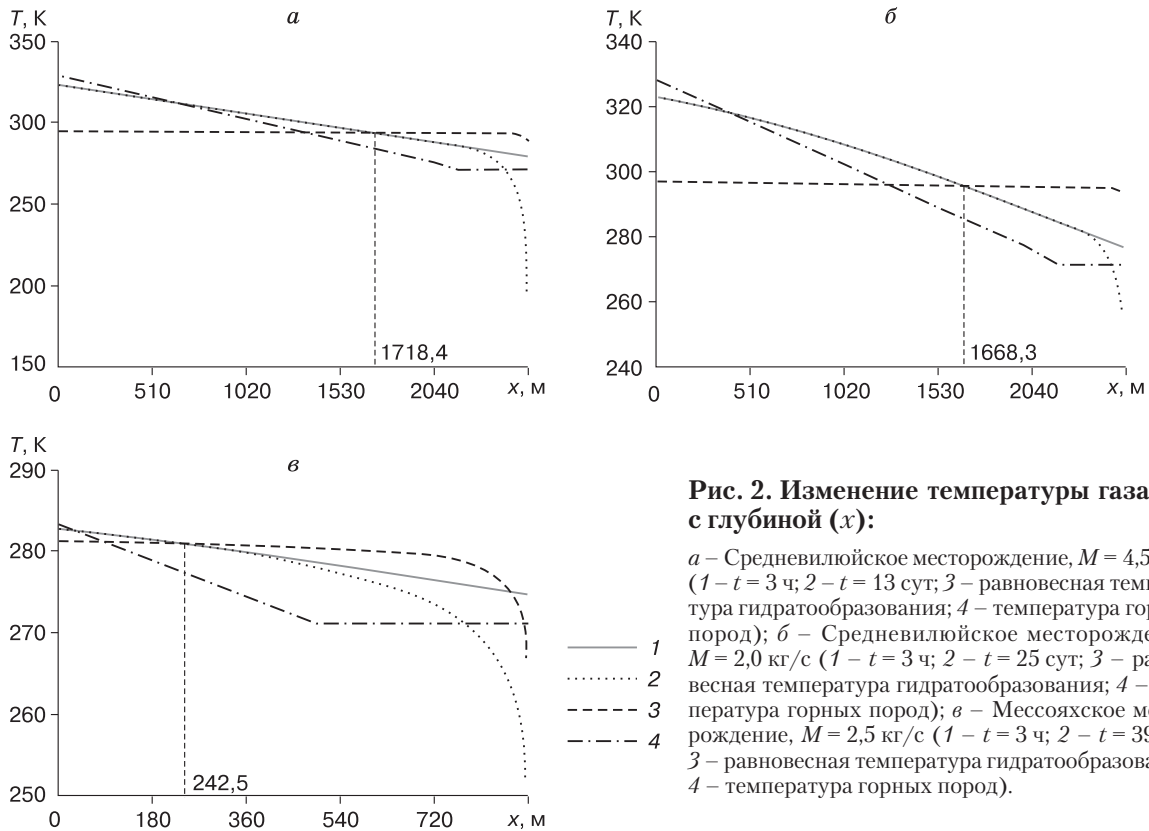


Рис. 2. Изменение температуры газа (T) с глубиной (x):

а – Средневилюйское месторождение, $M = 4,5$ кг/с ($1 - t = 3$ ч; $2 - t = 13$ сут; 3 – равновесная температура гидратообразования; 4 – температура горных пород); *б* – Средневилюйское месторождение, $M = 2,0$ кг/с ($1 - t = 3$ ч; $2 - t = 25$ сут; 3 – равновесная температура гидратообразования; 4 – температура горных пород); *в* – Мессояхское месторождение, $M = 2,5$ кг/с ($1 - t = 3$ ч; $2 - t = 39$ сут; 3 – равновесная температура гидратообразования; 4 – температура горных пород).

ностью очищается от гидрата. Выше этой отметки толщина гидратного слоя со временем возрастает, образуя гидратную пробку вблизи устья через 2,7 сут при массовом расходе газа 4,5 кг/с и примерно через 8 сут при массовом расходе 2,0 кг/с. Эти две области разделены линией пересечения горизонтальной плоскости $S = 0,5$ с поверхностью $S(t, x)$. Отметим, что эта отметка примерно на 200 м превышает глубину, на которой температура газа становится равной равновесной температуре гидратообразования (850 м).

Теперь рассмотрим протекающие процессы на Мессояхском месторождении (см. рис. 1, в, з; рис. 2, в). Это месторождение отличается от Средневилюйского гораздо меньшей глубиной залегания газоносного пласта (900 м) и, соответственно, более низкими значениями пластовых давления и температуры при практически равной глубине подошвы многолетних пород. Расчеты проводились при массовом расходе $M = 1,0$ и 2,5 кг/с. Динамика изменения площади проходного сечения скважины представлена на рис. 1, в. Из рис. 1, в следует, что, если вначале проходное сечение скважины было свободно, при расходе 2,5 кг/с полная закупорка гидратами происходит через 39 сут, а при расходе 1 кг/с – примерно через 93 сут, т. е. в этом

случае полная закупорка занимает гораздо больший промежуток времени, чем для Средневилюйского месторождения. Из анализа кривых изменения температуры газа следует, что глубина, на которой эти кривые пересекаются с равновесной температурой гидратообразования, равна $900 - 242 = 658$ м, что ниже подошвы многолетней мерзлоты (см. рис. 2, в).

Еще большие различия в динамике гидратообразования для этих двух месторождений наблюдаются в том случае, если в начальный момент часть сечения скважины уже перекрыта гидратным слоем (см. рис. 1, з). При расходе 2,5 кг/с процесс гидратообразования прекращается через 6 сут, а при расходе 1 кг/с – примерно через 28 сут. Более того, в первом случае полной закупорки скважины гидратом не происходит: примерно 15 % проходного сечения остается свободным от гидратов. Однако основное отличие от предыдущей ситуации заключается в том, что здесь практически отсутствует интервал ствола скважины, где происходит диссоциация гидратов (т. е. где площадь проходного сечения увеличивается). Это в первую очередь объясняется низкой пластовой температурой, которая очень близка к равновесной температуре гидратообразования.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленные результаты свидетельствуют о том, что образование гидратов в стволе скважин – сложный процесс, достоверный прогноз которого, а следовательно, и обеспечение безопасности добычи газа возможны только при комплексном рассмотрении таких факторов, как дебит газа и его состав, глубина скважины и пластовая температура, геотермические условия и состояние скважины перед пуском. В то же время анализ показывает, что образование гидратов в скважинах даже при низких пластовых температурах и мощном слое многолетней мерзлоты занимает достаточно длительный промежуток времени, позволяющий оперативно предотвратить создание аварийных ситуаций в системах газоснабжения. Кроме того, эти результаты демонстрируют опасность различного рода упрощений при математическом моделировании такого сложного технологического процесса, как добыча природного газа.

Литература

- Бондарев Э.А., Аргунова К.К.** Математические модели образования гидратов в газовых скважинах // Информационные и математические технологии в науке и управлении: Тр. XIV Байкальской Всерос. конф. “Информационные и математические технологии в науке и управлении”. Иркутск, ИСЭМ СО РАН, 2009, ч. III, с. 41–51.
- Бондарев Э.А., Габышева Л.Н., Каниболотский М.А.** Моделирование образования гидратов при движении газа в трубах // Изв. АН СССР. Механика жидкости и газа, 1982, № 5, с. 105–112.
- Теория** тепломассообмена: Учебник для вузов / Под ред. А.И. Леонтьева, М., Высш. шк., 1979, 495 с.
- Термогидродинамика** систем добычи и транспорта газа / Э.А. Бондарев, В.И. Васильев, А.Ф. Воеводин и др. Новосибирск, Наука, 1988, 272 с.
- Хайруллин М.Х., Шамсиев М.Н., Морозов П.Е., Тулупов Л.А.** Моделирование гидратообразования в стволе вертикальной газовой скважины // Вычисл. технологии, 2008, т. 13, № 5, с. 88–94.

*Поступила в редакцию
20 июня 2010 г.*