Криосфера Земли, 2017, т. XXI, № 4, с. 23–28 **http://www.izdatgeo.ru**

УДК 624.139 DOI: 10.21782/KZ1560-7496-2017-4(23-28)

ВЫЧИСЛЕНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЙ ТЕМПЕРАТУРЫ В ГРУНТЕ, ОХЛАЖДАЕМОМ СИСТЕМОЙ “ГЕТ”, МЕТОДОМ СТОХАСТИЧЕСКОГО ПРОГНОЗИРОВАНИЯ

Г.В. Аникин[1], К.А. Спасенникова[1], С.Н. Плотников[1], Б.В. Григорьев[2], П.Ю. Михайлов[2]

[1]*Институт криосферы Земли СО РАН, 625000, Тюмень, ул. Малыгина, 86, Россия; anikin@ikz.ru*
[2]*Тюменский государственный университет, 625003, Тюмень, ул. Володарского, 6, Россия; Raskatov_@mail.ru*

Выполнено моделирование функционирования системы “резервуар с нефтью–система охлаждения грунта–грунт” в течение двух лет для 576 случайных траекторий изменения температуры воздуха, скорости ветра и толщины снежного покрова. Показано, что распределение вероятности температуры в грунте имеет вид нормального распределения.

Метод Монте-Карло, система охлаждения, температурное поле, температура, моделирование

TEMPERATURE DISTRIBUTION IN SOIL COOLED BY A HET THERMOSYPHON SYSTEM: PREDICTION BY STOCHASTIC ANALYSIS

G.V. Anikin[1], K.A. Spasennikova[1], S.N. Plotnikov[1], B.V. Grigoriev[2], P.Y. Mikhailov[2]

[1]*Earth Cryosphere Institute, SB RAS, 86, Malygina str., Tyumen, 625000, Russia; anikin@ikz.ru*
[2]*Tyumen State University, 6, Volodarskogo str., Tyumen, 625003, Russia; Raskatov_@mail.ru*

The operation of the system ‘oil tank–HET thermosyphon–soil’ is simulated for 576 random trajectories of air temperature, wind speed and snow depth changes over the past two years. The calculated probability distribution for the soil temperature pattern fits the normal law.

Monte Carlo simulation, thermosyphon, temperature field, temperature, stochastic analysis

ВВЕДЕНИЕ

В работе [*Спасенникова, 2015*] был предложен метод оценки эффективности работы системы горизонтального охлаждения грунтов типа “ГЕТ” (горизонтальная естественно действующая трубчатая система) [*Аникин и др., 2011*]. Суть данного метода в следующем: методом Монте-Карло разыгрываются различные сценарии изменения температуры воздуха, скорости ветра и толщины снежного покрова. Для каждого такого сценария на определенную дату рассчитывается 3D-температурное поле. Там, где грунт должен быть мерзлым, вычисляется вероятность найти грунт в талом состоянии. Если эта вероятность находится в пределах 0.1 % $\leqslant w \leqslant$ 5 %, то система “ГЕТ” оптимальна, если $w >$ 5 %, то в системе недостаточно охлаждающих элементов, если $w <$ 0.1 %, то система избыточна. В последнем случае количество охлаждающих элементов можно уменьшить и путем оптимизации технического блока рассматриваемой геотехнической системы снизить стоимость “ГЕТ” для заказчика. Данная система оценки оптимальности “ГЕТ” предложена авторами, заказчики при проектировании могут опираться на свою систему оценки. В работах [*Аникин и др., 2013; Мельников и др., 2014; Долгих и др., 2015*] расчет вероятности нахождения грунта в талом состоянии производился исходя из гипотезы, что распределение вероятности температуры в грунте имеет форму нормального распределения, а это не очевидно. В настоящей работе форма распределения вероятности температур грунта вычисляется напрямую. Для этого методом Монте-Карло моделируется 576 случайных траекторий, совокупность которых разбивается на 12 подгрупп.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для вычисления распределений температур в грунте была рассмотрена емкость с нефтью, охлаждаемая системами “ГЕТ”, на Ванкорском нефтяном месторождении. Резервуар содержит нефть при температуре 40 °С. Система охлаждения состоит из 10 конденсаторных блоков с площадью оребрения 100 м^2 каждый, поднятых на высоту 3.83 м относительно труб испарителей. Трубы испарителей покрывают площадь круга диаметром 46 м, расстояние между трубами испарительной системы составляет 0.5 м. Диаметр резервуара составляет 40 м. Под резервуаром находится гидрофобный слой толщиной 0.28 м, затем слой песка толщиной 0.12 м, далее слой пеноплекса толщиной 0.45 м (рассмотрена та же система, что и в работе [*Аникин, Спасенникова, 2012*]).

© Г.В. Аникин, К.А. Спасенникова, С.Н. Плотников, Б.В. Григорьев, П.Ю. Михайлов, 2017

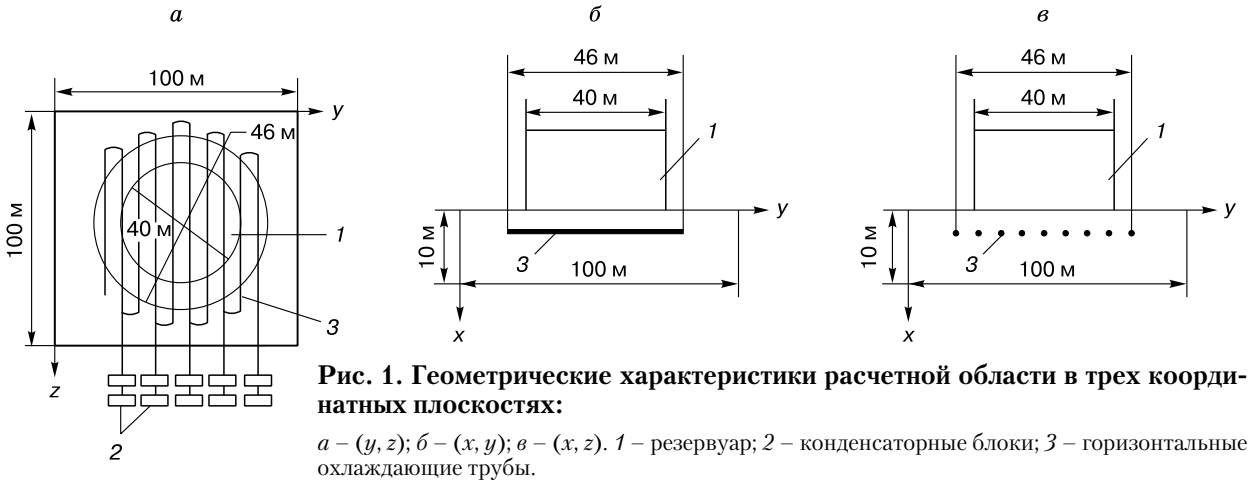

Рис. 1. Геометрические характеристики расчетной области в трех координатных плоскостях:

а – (*y*, *z*); *б* – (*x*, *y*); *в* – (*x*, *z*). *1* – резервуар; *2* – конденсаторные блоки; *3* – горизонтальные охлаждающие трубы.

Расчетная область приведена на рис. 1. Трубы испарителей параллельны оси *z*, ось *y* перпендикулярна трубам испарителей, ось *x* направлена от поверхности в глубь грунта.

Расчет для каждой случайной траектории начинался с начала сентября и заканчивался в конце августа, продолжительность расчета составляла два года. Расчет проводился с помощью компьютерной программы Stohastic-3D, эффективность которой подтверждена путем сравнения расчетных и данных термометрического мониторинга на различных объектах из работ [*Долгих и др., 2014; Спасенникова, 2015*]. Случайные траектории генерировались с помощью генераторов случайных чисел программы Mathcad-14. Расчет проводился на суперкомпьютере НКС-30Т Сибирского суперкомпьютерного центра, который запускался 12 раз, выдавая одновременно 48 3D-температурных полей. Каждый запуск нумеровался номером *m*.

Рассчитаем распределение вероятности температуры в грунте. Для этого введем 13 границ для 12 каналов гистограммы в соответствии с формулой

$$-17 + 1.5i,\ 0 \leqslant i \leqslant 12,$$

где i – номер границы. Тогда температуры, соответствующие центрам каналов, задаются соотношением

$$t_i = -16.25 + 1.5i,\ 0 \leqslant i \leqslant 11.$$

Для детального изучения распределений температур в грунте рассмотрим две точки пространства. Точку № 1 с координатами $x = 4.2$ м, $y = 50$ м, $z = 50$ м, лежащую на центральной оси резервуара, и точку № 2 с координатами $x = 0.7$ м, $y = 50$ м, $z = 50$ м, также лежащую на центральной оси. Построим гистограмму температур в данных точках для каждого *m*-го запуска и сумму этих гистограмм. Для точки № 1 получаем табл. 1, для точки № 2 – табл. 2.

Таблица 1. **Гистограммы для запусков с номерами *m* и суммарная гистограмма по всем запускам (последняя строка таблицы) для точки № 1**

m \ *i*	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	0	2	14	10	16	5	1	0	0	0	0
1	0	1	2	5	16	15	8	1	0	0	0	0
2	0	0	4	5	16	14	9	0	0	0	0	0
3	0	1	2	7	9	16	9	4	0	0	0	0
4	0	1	3	13	11	10	6	4	0	0	0	0
5	1	0	6	7	12	15	7	0	0	0	0	0
6	0	1	4	5	16	16	4	2	0	0	0	0
7	0	0	5	7	11	20	4	1	0	0	0	0
8	0	1	5	4	15	15	7	1	0	0	0	0
9	1	0	7	10	10	14	5	1	0	0	0	0
10	0	1	3	9	10	18	6	1	0	0	0	0
11	0	1	1	6	16	13	8	3	0	0	0	0
$n_{1,i}$	2	7	44	92	152	182	78	19	0	0	0	0

Таблица 2. **Гистограммы для запусков с номерами m и суммарная гистограмма по всем запускам (последняя строка таблицы) для точки № 2**

m \ i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	0	0	0	1	6	15	9	10	5	1	1	0
1	0	0	0	2	5	11	8	15	6	1	0	0
2	0	0	0	3	4	9	11	12	9	0	0	0
3	0	0	2	1	6	5	14	8	8	4	0	0
4	0	0	1	3	5	8	13	7	7	4	0	0
5	1	0	0	5	7	4	16	9	5	1	0	0
6	0	1	1	1	4	6	19	10	4	1	1	0
7	0	0	0	4	5	9	9	16	4	1	0	0
8	0	0	0	4	5	10	8	14	6	1	0	0
9	0	1	0	4	9	6	9	12	6	1	0	0
10	0	0	1	2	6	12	6	16	4	1	0	0
11	0	0	1	0	4	8	13	11	8	2	1	0
$n_{2,i}$	1	2	6	30	66	103	135	140	72	18	3	0

Рассмотрим теперь вероятность найти температуру меньше, чем $t_i + 0.75$ (это верхняя граница канала с номером i). Очевидно, для точек № 1 и 2 эти вероятности записываются следующим образом:

$$w_{1,i} = \frac{1}{576}\left(\sum_{k=0}^{i} n_{1,i}\right), \quad w_{2,i} = \frac{1}{576}\left(\sum_{k=0}^{i} n_{2,i}\right); \qquad (1)$$

$$\sum_{k=0}^{11} n_{1,i} = \sum_{k=0}^{11} n_{2,i} = 576 \rightarrow \sum_{k=0}^{11} w_{1,i} = \sum_{k=0}^{11} w_{2,i} = 1. \qquad (2)$$

Величины $n_{1,i}$ и $n_{2,i}$ приведены в нижних строках табл. 1 и 2 соответственно, а величины $w_{1,i}$ и $w_{2,i}$, вычисленные с помощью (1), а также температуры t_i даны в табл. 3.

Математическое ожидание $\overline{t}_1$ и среднеквадратичное отклонение σ_{t1} для точки № 1 равны

$$\overline{t}_1 = \sum_{i=0}^{11} w_{1,i} t_i = -9.7656\ ^\circ\text{C},$$

$$\sigma_{t1} = \sqrt{\sum_{i=1}^{11} w_{1,i}\left(t_i - \overline{t}_1\right)^2} = 1.9445\ ^\circ\text{C}.$$

Математическое ожидание $\overline{t}_2$ и среднеквадратичное отклонение σ_{t2} для точки № 2 равны

$$\overline{t}_2 = \sum_{i=0}^{11} w_{2,i} t_i = -7.2891\ ^\circ\text{C},$$

$$\sigma_{t2} = \sqrt{\sum_{i=1}^{11} w_{2,i}\left(t_i - \overline{t}_2\right)^2} = 2.3853\ ^\circ\text{C}.$$

Вероятность найти температуру меньше t для нормального распределения с математическим ожиданием $\overline{t}$ и среднеквадратичным отклонением σ_t задается следующим выражением:

$$w\left(t, \overline{t}, \sigma_t\right) = \int_{-\infty}^{t} \frac{\exp\left(-\left(\tau - \overline{t}\right)^2 \Big/ \left(2\sigma_t^2\right)\right)}{\sqrt{2\pi}\sigma_t} d\tau. \qquad (3)$$

Для верхних границ каналов, заданных выражением $t_i + 0.75$, $0 \leqslant i \leqslant 11$, получаем

$$w_{1,i}^n = w\left(t_i + 0.75, \overline{t}_1, \sigma_{t1}\right), \; w_{2,i}^n = w\left(t_i + 0.75, \overline{t}_2, \sigma_{t2}\right). \qquad (4)$$

С помощью выражений (3) и (4) получаем табл. 4.

На рис. 2, *а*, *б* приведены графики эмпирических и нормальных распределений вероятности для точек № 1 и 2. Как видно на рис. 2, распределения полностью совпадают.

Вероятность найти температуру больше t приведена для точек № 1 и 2 на рис. 3, *а*, *б*.

Как видно на рис. 2, 3, распределение вероятности температуры в грунте имеет форму нормального распределения. Вероятность найти температуру больше 0.25 °C в точке № 2, как следует

Таблица 3. **Значения величин t_i, $w_{1,i}$, $w_{2,i}$**

i	t_i, °C	$w_{1,i}$	$w_{2,i}$
0	–16.25	0.003 47	0.001 74
1	–14.75	0.015 63	0.005 21
2	–13.25	0.092 01	0.015 63
3	–11.75	0.251 74	0.067 71
4	–10.25	0.515 63	0.182 29
5	–8.75	0.831 60	0.361 11
6	–7.25	0.967 01	0.595 49
7	–5.75	1	0.838 54
8	–4.25	1	0.963 54
9	–2.75	1	0.994 79
10	–1.25	1	1
11	0.25	1	1

Таблица 4. **Значения величин t_i, $w^n_{1,i}$, $w^n_{2,i}$**

i	t_i, °C	$w^n_{1,i}$	$w^n_{2,i}$
0	–16.25	0.001 59	0.000 29
1	–14.75	0.014 72	0.002 45
2	–13.25	0.079 83	0.014 46
3	–11.75	0.262 78	0.059 89
4	–10.25	0.554 33	0.176 99
5	–8.75	0.818 07	0.383 83
6	–7.25	0.953 47	0.629 60
7	–5.75	0.992 87	0.831 38
8	–4.25	0.999 36	0.943 91
9	–2.75	0.999 97	0.986 70
10	–1.25	0.999 99	0.997 79
11	0.25	0.999 99	0.999 74

из табл. 4, равна $7.4 \cdot 10^{-4}$, т. е. система охлаждения избыточна, и необходимо уменьшать число охлаждающих элементов. Данный результат совпадает с выводом работы [*Спасенникова, 2015*]. Рассмотрим теперь вопрос о том, можно ли получить аналогичную информацию с помощью одного запуска. Для этого нормальные распределения каждого запуска нужно сравнить с нормальным распределением генеральной совокупности. На рис. 4 приведены примеры сравнения для 1-го и 11-го запусков.

Из рис. 4 следует, что распределение одного запуска мало отличается от распределения генеральной совокупности, что позволяет оценивать эффективность работы системы “ГЕТ” на основе

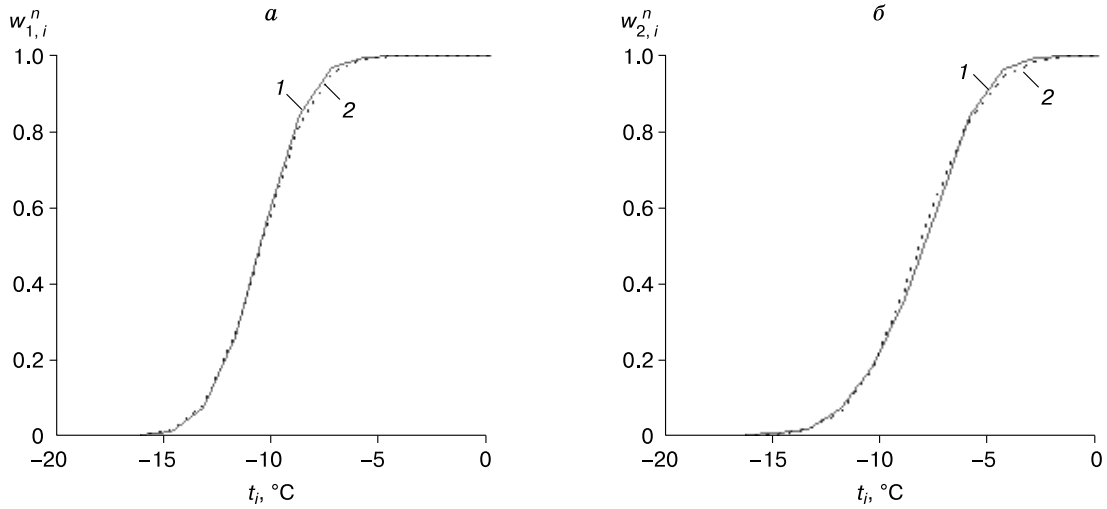

Рис. 2. Сравнение эмпирических (*1*) и нормальных (*2*) распределений вероятности найти температуру меньше заданной (*t*):

а – в точке № 1; *б* – в точке № 2.

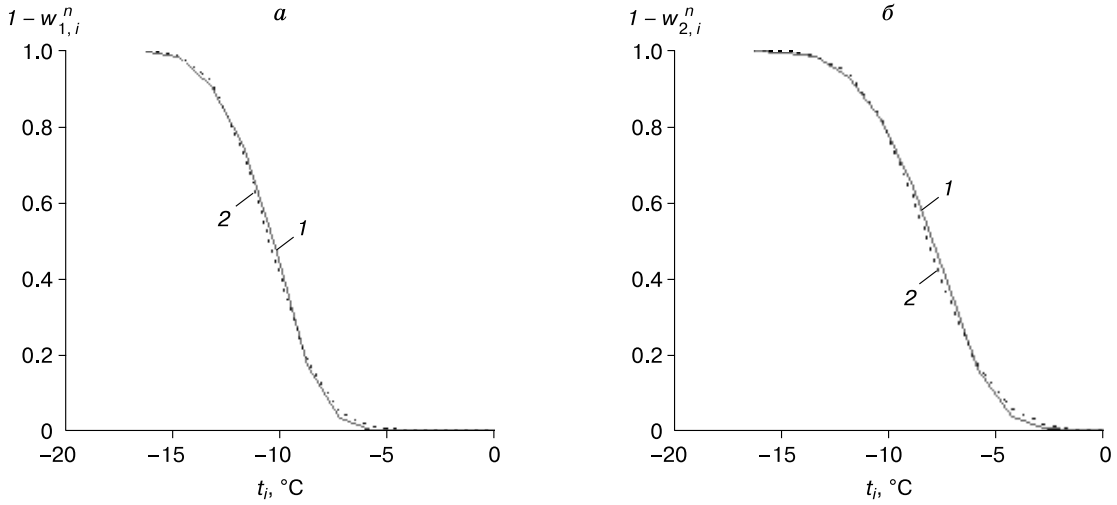

Рис. 3. Сравнение эмпирических (*1*) и нормальных (*2*) распределений вероятности найти температуру больше заданной (*t*):

а – в точке № 1; *б* – в точке № 2.

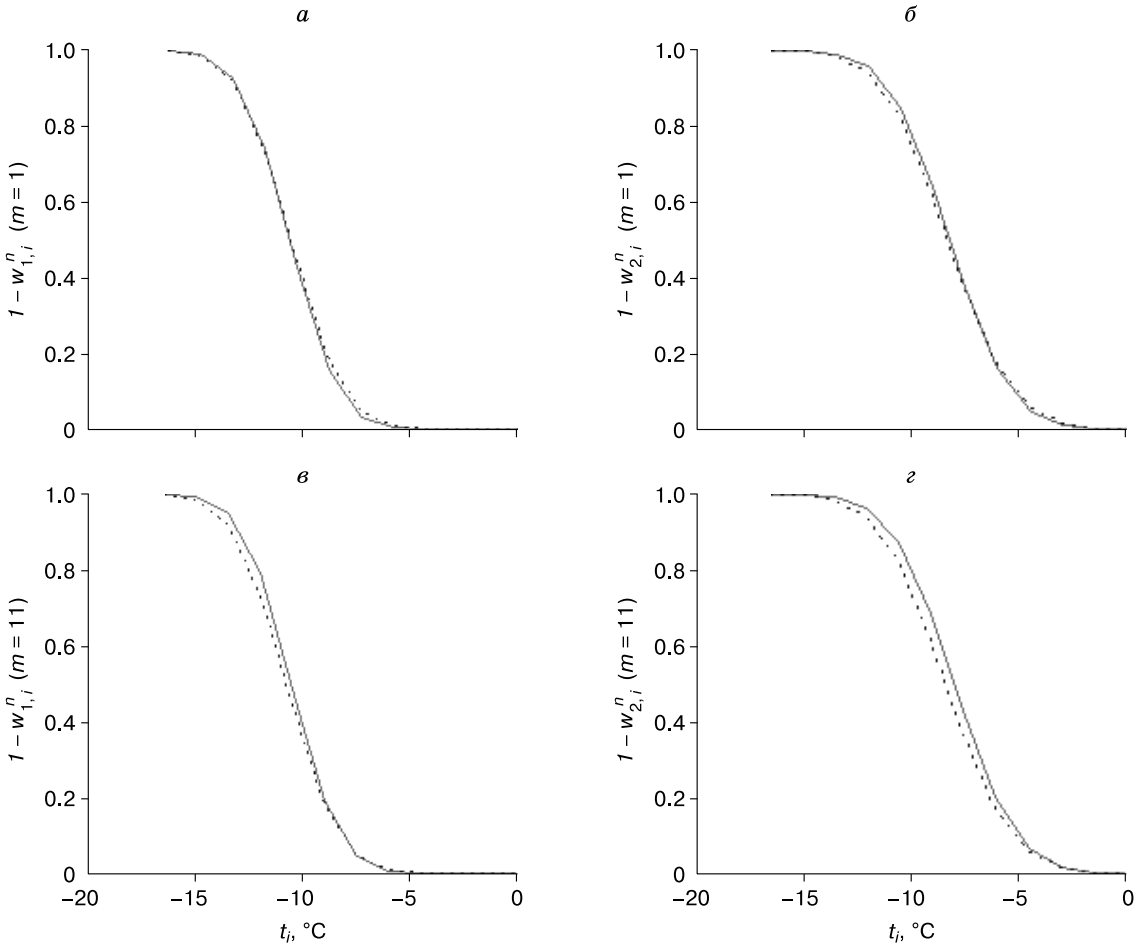

Рис. 4. Сравнение вероятности найти температуру выше заданной для нормального распределения запуска с m = 1 и 11 (сплошные линии) и нормального распределения генеральной совокупности (пунктирные линии):

а, *в* – в точке № 1; *б*, *г* – в точке № 2.

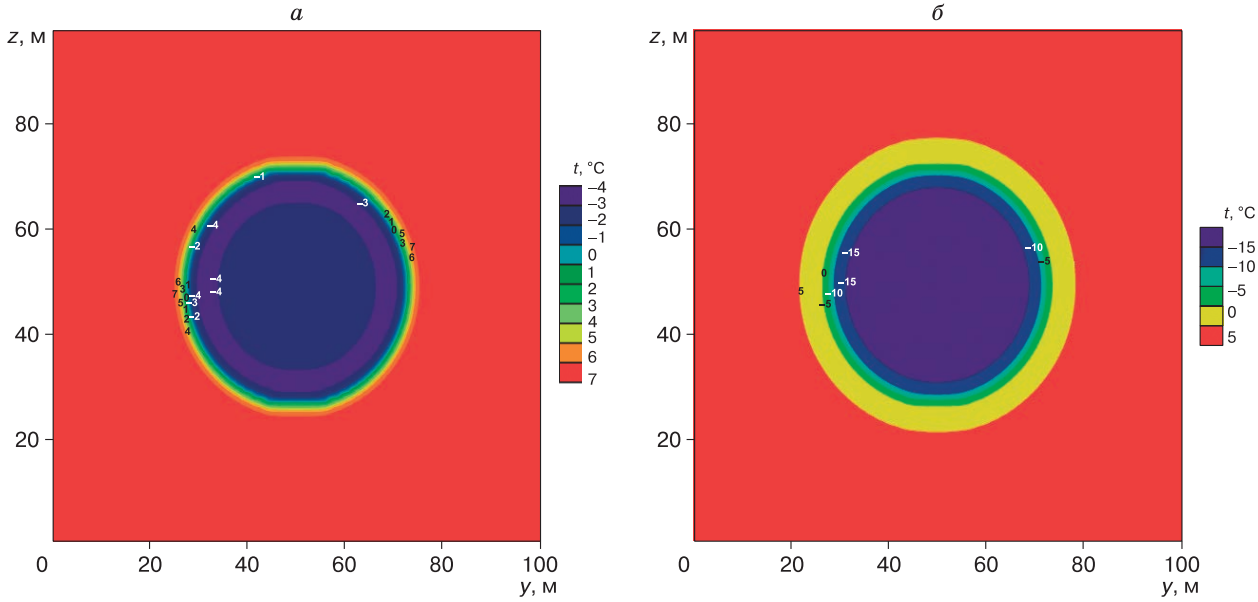

Рис. 5. Температурное поле в грунте на уровне труб испарителей (1.25 м ниже пеноплекса):

а – для самого теплого варианта (n = 39) в запуске m = 0; *б* – для самого холодного варианта (n = 15) в запуске m = 5.

информации, полученной от одного запуска (48 случайных траекторий).

В качестве иллюстрации на рис. 5 приведены температурные поля на конец августа второго расчетного года для самого холодного и самого теплого вариантов в плоскости, содержащей трубы испарителей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Проведено стохастическое прогнозирование работы системы "ГЕТ" для 576 случайных траекторий изменения метеорологических параметров. Данное количество случайных траекторий позволило вычислить распределение вероятности температуры в грунте. В результате получено, что вычисленное распределение вероятности имеет форму нормального распределения. Сравнение распределения генеральной совокупности с распределениями 12 выборок, каждая из которых содержала 48 случайных траекторий, показало, что они мало различаются, следовательно, для оценок эффективности работы системы "ГЕТ" можно ограничиться использованием 48 случайных траекторий, полученных с помощью метода Монте-Карло.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 16-38-00461 мол_а), а также гранта Президента РФ ведущих научных школ (НШ-9880.2016.5).

Литература

Аникин Г.В., Плотников С.Н., Вакулин А.А., Спасенникова К.А. Стохастическое прогнозирование состояния грунтов под объектами, построенными на вечной мерзлоте // Вестн. Тюм. гос. ун-та, 2013, № 7, с. 46–53.

Anikin, G.V., Plotnikov, S.N., Vakulin, A.A., Spasennikova, K.A., 2013. Probabilistic prediction of soil behavior under structures built on permafrost. Bull. Tyumen University, No. 7, 46–53. (in Russian)

Аникин Г.В., Плотников С.Н., Спасенникова К.А. Компьютерное моделирование тепломассопереноса в системах горизонтального охлаждения грунтов // Криосфера Земли, 2011, т. XV, № 1, с. 33–39.

Anikin, G.V., Plotnikov, S.N., Spasennikova, K.A., 2011. Computer simulation of heat-mass exchange in the systems of horizontal ground cooling. Earth's Cryosphere, XV (1), 33–39. (in Russian)

Аникин Г.В., Спасенникова К.А. Компьютерное моделирование системы охлаждения грунта под резервуаром с нефтью // Криосфера Земли, 2012, т. XVI, № 2, с. 60–64.

Anikin, G.V., Spasennikova, K.A., 2012. Computer modelling of the ground cooling system under the oil-tank. Earth's Cryosphere, XVI (2), 60–64. (in Russian)

Долгих Г.М., Аникин Г.В., Рило И.П., Спасенникова К.А. Статистическое моделирование работы системы "ГЕТ", установленной в основании нефтяного резервуара // Криосфера Земли, 2015, т. XIX, № 1, с. 70–77.

Dolgikh, G.M., Anikin, G.V., Rilo, I.P., Spasennikova, K.A., 2015. Statistical modelling of "GET" system installed at the base of oil reservoir. Earth's Cryosphere, XIX (1), 70–77. (in Russian)

Долгих Г.М., Окунев С.Н., Аникин Г.В., Спасенникова К.А., Залесский К.В. Сравнение экспериментальных данных и численного моделирования работы охлаждающей системы "ГЕТ" на примере пожарного депо Ванкорского месторождения // Криосфера Земли, 2014, т. XVIII, № 1, с. 65–69.

Dolgikh, G.M., Okunev, S.N., Anikin, G.V., Spasennikova, K.A., Zalesskiy, K.V., 2014. Comparison of experimental and numerical modelling data of the work of "GET" cooling system on the example of fire depot of the Vankorsky field. Earth's Cryosphere, XVIII (1), 65–69. (in Russian)

Мельников В.П., Мельникова А.А., Аникин Г.В., Иванов К.С., Спасенникова К.А. Инженерные решения в строительстве на вечной мерзлоте в плане повышения энергоэффективности сооружений // Криосфера Земли, 2014, т. XVIII, № 3, с. 82–90.

Melnikov, V.P., Melnikova, A.A., Anikin, G.V., Ivanov, K.S., Spasennikova, K.A., 2014. Building on permafrost: engineering solutions for energy efficiency. Earth's Cryosphere, XVIII (3), 82–90. (in Russian)

Спасенникова К.А. Компьютерное моделирование тепломассопереноса в грунтах под сооружениями, построенными на вечной мерзлоте с использованием сезонных охлаждающих устройств: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. Тюмень, 2015, 19 с.

Spasennikova, K.A., 2015. Simulation of Heat and Mass Transfer in Soils under Structures on Permafrost Stabilized by Thermosyphons. Author's Abstract, Candidate Thesis (Engineering). Tyumen, 19 pp. (in Russian)

Поступила в редакцию
3 июня 2016 г.